UEBER DIE WIRKUNG

DER

ASTRONOMISCHEN STRAHLENBRECHUNG

AUF

BEOBACHTUNGEN MIT DEM KREISMIKROMETER.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER PHILOSOPHISCHEN DOCTORWÜRDE

AN DER

UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

VON

CARL SCHRADER

AUS BRAUNSCHWEIG.

GÖTTINGEN

DRUCK DER UNIVERSITÄTS-BUCHDRUCKEREI VON E. A. HUTH

1874.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544702_0060

Alle Beobachtungen, welche der Astronom am Himmel macht, werden durch eine Menge der verschiedenartigsten Einflüsse verunstaltet, und es wird daher eine Hauptaufgabe für ihn sein, diese Einflüsse entweder zu umgehen, oder, da dies in den wenigsten Fällen möglich sein wird, sich von ihrer Wirkung auf andere Weise frei zu machen. Wie sehr würde er gebunden sein, wenn ihm nur das erste Mittel zu Gebote stände! Er dürfte, um die Aberration zu umgehen, nur an zwei Punkten, welche obendrein sich fortwährend ändern, nämlich dort, wo die Richtung der Erdbewegung die Himmelskugel schneidet, beobachten, der Parallaxe und Refraction wegen dürfte er nur im Zenith und wegen irgend welcher Fehler der Instrumente wieder nur an andern bevorzugten Stellen des Himmels seine Beobachtungen anstellen. Alles zu vermeiden, ist nun an und für sich unmöglich, deshalb bekümmert man sich um diese Verunstaltungen zunächst gar nicht, sondern beobachtet wo und wie es gerade kommt, bringt dagegen später alle jene Grössen als Correctionsglieder an den Beobachtungsresultaten an, und erhält dann, indem man durch Rechnungen die Fehler eliminirt, die wahren Werthe von jenen. Diese Correctionsgrössen sind im Vergleich zu den Hauptwerthen stets Grössen kleinerer Ordnung, so dass man bei der Rechnung mit ihnen höhere Potenzen ohne Schaden vernachlässigen darf. Dabei ist es ferner angenehm, wenn man derartige Grössen unter zum Rechnen bequemer Form hat und sie womöglich nur von einem veränderlichen Argument abhängig macht oder als Summe von Funktionen

je einer Veränderlichen darstellt, um sie nämlich in Tafeln bringen und auf diese Weise die Rechnungen erleichtern zu können.

Die Refraction.

Mehrere dieser Verunstaltungen der Beobachtungsgrössen bringt die Eigenschaft der Lichtwellen hervor, dass sie eine gewisse endliche Zeit gebrauchen, um von einem Punkte im Raume zu einem andern zu gelangen, und dass die Geschwindigkeit derselben abhängig ist von den Medien, welche sie durchlaufen. Unmittelbar hieraus lässt sich zeigen, dass die Lichtstrahlen d. h. die Normalen auf den Wellenflächen an der Grenzfläche zweier Medien von ihrer gradlinigen Bahn abgelenkt werden und zwar so, dass die Sinus der sogenannten Einfalls- und Brechungswinkel den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichts in den zugehörigen Medien direct proportional sind.

Nun gelangt in der That das Licht der Gestirne zu uns durch eine Reihe von verschiedenen Medien, nämlich zuerst durch den leeren Raum und dann durch eine unendliche Anzahl von nach dem Beobachtungsort zu immer dichter werdenden Luftschichten, deren Brechungskraft sich stetig ändert. Nach dem oben genannten Gesetz wird deshalb der Lichtstrahl bei jedem Uebergang aus einer Schicht in die andere abgelenkt und beschreibt auf diese Weise eine ebene Curve. Das Auge des Beobachters erblickt dann schliesslich den Stern in der Richtung der letzten Tangente der Curve, mithin um den Winkel verschoben, welchen jene Richtung einschliesst mit der einer Graden vom Beobachtungsort nach dem Gestirn. Dieser Winkel wird speciell die Refraction genannt. Eine leichte Betrachtung der Krümmung der Lichtcurve zeigt ferner, dass die Refraction alle Gestirne nach dem Zenith zu hebt und zwar um Grössen, die selbst wieder von dem ersten Einfallswinkel in die Atmosphäre, oder von der Zenithdistanz des Gestirns abhängig sind. Ausserdem ist aber die Refraction wesentlich bedingt durch die Brechungskraft der Atmosphäre und deren Abnahme mit der

Höhe über der Erdoberfläche, und wenn diese Brechungskraft als Funktion der Höhe bekannt wäre, so würde es nicht schwer sein, jene Curve analytisch darzustellen. Diese Funktion ist aber, genau genommen, nicht bekannt, sondern es sind darüber eine Reihe von verschiedenen Hypothesen aufgestellt, welche, allerdings erst bei bedeutenden Zenithdistanzen, ziemlich von einander abweichende Resultate ergeben. Hierauf näher einzugehen, ist jedoch nicht der Zweck dieser Abhandlung; eine Zusammenstellung aller Theorien findet man in der Schrift von Bruhns: „Die astronomische Strahlenbrechung in ihrer historischen Entwickelung". In dem Folgenden wurden die rein auf Beobachtungen beruhenden Besselschen Refractionstafeln, wie sie im Berliner astronomischen Jahrbuche von 1851 veröffentlicht sind, zu Grunde gelegt. Man findet dort bei einem bestimmten Normalzustande der Atmosphäre für die scheinbare Höhe als Argument direct die Refraction.

Wirkung der Refraction auf Mikrometerbeobachtungen.

Sehr oft wird, um den Ort eines Himmelskörpers zu bestimmen, seine relative Lage gegen einen andern schon bekannten sogenannten Vergleichstern untersucht. Diese durch zwei relative Coordinaten bestimmte Lage des Sterns, oder sein Rectascensions- und Declinationsunterschied mit dem Vergleichstern wird durch Differenzbeobachtungen an den verschiedenen Mikrometern gefunden.

Beide Oerter sind jedoch mit der ihnen zugehörigen Refraction behaftet. Wäre nun die Wirkung der Refraction auf beide Sterne dieselbe, so würde dadurch nur der Anfangspunkt des Coordinatensystems um ihren Betrag verschoben, die Differenz der Coordinaten würde aber ungeändert bleiben, das heisst, der scheinbare Rectascensions- und Declinationsunterschied wäre auch der wahre. Dies ist nun aber nicht der Fall, sondern wie schon oben gesagt wurde, ist die Refraction eine Funktion der Höhe, mithin ihre Wirkung auf

verschiedene Sterne im Allgemeinen eine ungleiche, und die Differenz der Refraction beider Gestirne ist es, welche die Beobachtung noch verunstaltet. Somit haben wir es bei den Beobachtungen mit Mikrometern nur mit Differenzen jener kleinen sich nur langsam ändernden Grössen zu thun, die also um so mehr zu Näherungsrechnungen Veranlassung geben können.

Die hier zu Grunde gelegten Besselschen Refractionstafeln geben die Refraction bei 751.74^{mm} Barometerstand und 9°.31 Celsius unter der Form: α ctg h, wo h die scheinbare (beobachtete) Höhe und α ein mit der Höhe wachsender aber sich überhaupt nur wenig ändernder Factor ist, wie man aus folgender Tabelle sieht:

Höhe	α	Höhe	α
5°	51.″310	40°	57.″653
10°	55.″749	60°	57.″729
20°	57.″241	90°	57.″851

Das Kreismikrometer.

Wir wollen jetzt das Kreismikrometer und die Wirkung der Refraction auf Beobachtungen mit demselben etwas eingehender behandeln, da dieses unter allen Mikrometern wohl am meisten gebraucht wird, weil es einmal so grosse Bequemlichkeit bei den Beobachtungen und Rechnungen, anderseits aber eine so grosse Genauigkeit bei der mechanischen Darstellung zulässt.

Das Kreismikrometer besteht meist aus mehreren genau kreisförmigen concentrischen Metallringen, welche in einer Glasplatte befestigt in die Brennebene des Objectivs gebracht werden und so in der Mitte des Gesichtsfeldes frei schwebend erscheinen. Um nun den Ort eines Sternes zu bestimmen, lässt man ihn mit einem in der Nähe befindlichen Vergleichsterne, dessen Coordinaten bekannt sind, das Ringsystem passiren, wobei also nur Zeitmomente zu beobachten sind. Darauf schliesst man mittelst einfacher Formeln aus den Durchgangszeiten und den bekannten Dimensionen des Kreis-

mikrometers auf den Rectascensions- und Declinationsunterschied beider Gestirne, wobei zunächst noch die Wirkung der Refraction unberücksichtigt bleibt. Wie wird sich nun diese Wirkung äussern, und wie wird sie anzubringen sein?

Man denke sich, die Peripherie eines Mikrometerkreises erschiene im Fernrohre gleichmässig mit Sternen besetzt, und die Refraction hörte plötzlich auf, so würden sich alle Sterne vom Zenith entfernen, und zwar die tiefer stehenden im Allgemeinen um einen grössern Winkel als die obern. Es habe nun ein Stern, welcher mit Refraction im Punkte a_5 (siehe Fig. 1) steht, die scheinbare Höhe h, so wird er ohne Refraction nach dem obengenannten Gesetz die Höhe $h - \alpha \operatorname{ctg} h$ haben, also etwa nach b_5 rücken. Ein zweiter Stern, welcher mit dem vorigen in einem Verticalkreise im Punkte a_2 steht, habe mit Refraction die Höhe $h + \Delta h$, wo also die Grade $\overline{a_5 a_2} = \Delta h$ ist, so wird er wieder als wahre Höhe $h + \Delta h - \alpha \operatorname{ctg}(h + \Delta h)$ besitzen und dann vielleicht in b_2 stehen. Die scheinbare Entfernung beider Sterne Δh entspricht also einer wahren $\{h + \Delta h - \alpha \operatorname{ctg}(h + \Delta h)\} - \{h - \alpha \operatorname{ctg} h\}$. Entwickelt man $\operatorname{cotg}(h + \Delta h)$ nach Potenzen von Δh und vernachlässigt die höheren Differenzialquotienten, so erhält man als wahre Entfernung $\Delta h \left\{1 + \frac{\alpha}{\sin^2 h}\right\}$.

Dieselbe Betrachtung kann man bei je zwei Sternen, die scheinbar in a_l und a_n, ohne Refraction aber in b_l und b_n in einem Verticalkreise stehen, anstellen und erhält jedesmal einen gewissen Faktor $\left(1 + \frac{\alpha}{\sin^2 h_n}\right)$, mit dem die scheinbare Entfernung multiplicirt werden muss, um die wahre zu erhalten. Für alle Sterne, welche zugleich auf der Kreisperipherie erscheinen, wird dieser Vergrösserungsfactor als constant angesehen werden können, zumal wenn man es mit Beobachtungen zu thun hat, die nicht allzu nah am Horizont gemacht sind. Es ist nämlich darin nur $\sin^2 h$ innerhalb der kleinen Grenzen, welche der Durchmesser des Mikrometers zulässt, variabel, und erscheint mit dem hier ganz constanten kleinen Faktor $\alpha =$ im Mittel 57″ oder 0.000276 in Einheiten des Radius multiplicirt. Was nun für Sterne gilt die auf

der Peripherie stehen, thut dies um so mehr für solche, die innerhalb des Kreismikrometers erscheinen. Die Refraction äussert sich mithin dadurch, dass die verticalen Entfernungen aller im Kreismikrometer sichtbaren Sterne gleichmässig vergrössert werden.

Dieser Satz ist für alles Weitere von fundamentaler Bedeutung.

Wir wollen nun sehen in was für eine Curve bei dieser Transformation der Kreis übergeht.

In Fig. 2 sei o der Mittelpunkt des Mikrometers, die Linien $\overline{mm^1}$, $\overline{nn^1}$, $\overline{pp^1}$, $\overline{qq^1}$ seien Verticalkreise, in denen die Verschiebungen stattfinden, o^1 der wahre Ort eines Sterns, der im Mittelpunkt des Mikrometers erscheint. Construirt man um o^1 einen Kreis, welcher ebenso, wie der des Mikrometers die Verticalkreise $\overline{mm^1}$ und $\overline{qq^1}$ berührt, so werden die von irgend einem Verticalkreise in beiden Kreisen ausgeschnittenen Sehnen in einem constanten von der Convergenz der Tangentialkreise, d. h. von der Höhe und von der Länge $\overline{oo^1}$ abhängigen Verhältniss stehen. Dies Verhältniss ist $= \frac{\overline{o^1 t^1}}{\overline{o\,t}}$.

Setzt man ferner die Radien $o\,t = r$, $o^1 t^1 = r_1$ den Winkel, unter welchem sich die berührenden Verticalkreise im Zenith schneiden $= \xi$ und die Höhen von o und o^1 resp. $= h$ und h^1, so ist:

$$\sin r = \sin \frac{\xi}{2} \cos h$$

$$\sin r_1 = \sin \frac{\xi}{2} \cos h^1$$

folglich

$$\frac{\sin r_1}{\sin r} = \frac{\cos h^1}{\cos h} = \frac{\cos(h-(h-h^1))}{\cos h}$$

$$= \frac{\cos h \cos(h-h^1) + \sin h \sin(h-h^1)}{\cos h}$$

oder wenn man r, r_1 und $h-h^1$ wie Grössen kleiner Ordnung behandelt, und $\cos(h-h^1) = 1$, $\sin(h-h^1) = h-h^1$ und

$$\frac{\sin r_1}{\sin r} = \frac{r_1\left(1-\frac{r_1^2}{3!}\cdots\right)}{r\left(1-\frac{r^2}{3!}\cdots\right)} = \frac{r_1}{r}\left(1-\frac{1}{3!}(r_1^2-r^2)\,.\,.\right) = \frac{r_1}{r}$$

setzt, so ist

$$\frac{r_1}{r} = 1 + \operatorname{tg} h\,(h-h^1).$$

Die Grösse $h-h^1$ oder die Refraction des Sternes in o ist aber $= \alpha \operatorname{ctg} h$, mithin ist die Vergrösserungszahl des Horizontaldurchmessers =

$$\frac{r_1}{r} = 1 + \alpha.$$

Der Faktor $1+\alpha$ kann bei den geringen Schwankungen der schon an sich kleinen Grösse α als constant angesehen werden. Der $\log(1+\alpha)$ ist nämlich für:

h	$\log(1+\alpha)$
5°	0.000108
10°	0.000117
20°	0.000121
80°	0.000122

Man kann daher ohne Schaden bei diesen Correctionsrechnungen dafür immer 0.00012 setzen. In obigem Ausdrucke für $\frac{r_1}{r}$ kommt die Höhe überhaupt nicht mehr vor, d. h. der scheinbare Horizontaldurchmesser des Kreismikrometers ist constant.

Wir sahen oben, dass die Entfernungen je zweier Sterne in demselben Verticalkreise gleichmässig vergrössert werden müssen und zwar durch Multiplication mit dem Faktor $1+\frac{\alpha}{\sin 2h}$. Der um o^1 construirte Kreis enthält jene Grössen mit dem Faktor $\frac{r_1}{r}$ multiplicirt. Man wird also diesen Kreis in den verticalen Richtungen noch mit

$$\left(1+\frac{\alpha}{\sin^2 h}\right)\frac{r}{r_1}=\frac{1+\alpha\ \mathrm{cosec}^2 h}{1+\alpha}=1+\frac{1}{(1+\alpha)\ \mathrm{tg}^2 h}$$

erweitern müssen, um zu der Curve zu gelangen, auf welcher die in der Peripherie des Kreismikrometers erscheinenden Sterne sich in Wirklichkeit befinden.

Wenn die Verticalkreise sämmtlich parallel wären, so würde nach bekannten Gesetzen der anal. Geometrie hieraus eine Ellipse folgen. Streng genommen muss es also bei der Convergenz dieser Linien nach Oben eine ebenfalls nach Oben zu sich verschmälernde ovalartige Curve sein (siehe Fig. 2). Allein in geringern Höhen sind die Verticalkreise nahezu parallel und in grösseren nähert sich der Faktor $1+\frac{1}{(1+\alpha)\mathrm{tg}^2 h}$ so stark der 1, oder die verticale Ausdehnung des Ovals ist so wenig von der horizontalen verschieden, dass mit vollständig ausreichender Genauigkeit die Ellipse dennoch als die gesuchte Curve angenommen werden kann.

Ableitung der Formeln für das scheinbar elliptische Kreismikrometer.

Wir dürfen also fingiren, alle erhaltenen Ein- und Austritte von Sternen seien nicht am Kreismikrometer, sondern an einem elliptischen Mikrometer beobachtet, welches ausserdem um die Refraction des Mittelpunktes gesenkt ist. Wie werden sich nun die Rechnungen gestalten, um aus diesen fingirten Beobachtungen den Rectascensions- und Declinationsunterschied zweier Sterne zu erhalten?

Die Abweichung der Ellipse vom Kreise ist eine Grösse von der Ordnung der Differenz der Refractionen zweier Sterne, welche in verticaler Richtung um den Durchmesser des Kreismikrometers von einander entfernt sind.

Es seien (siehe Fig. 3) $\overline{d_0 d_1}$ und $\overline{e_0 e_1}$ zwei Parallelkreise, in denen zwei Sterne mit den Coordinaten $\alpha\,\delta$, $\alpha_1\,\delta_1$ das Gesichtsfeld passiren, und zwar möge die Bewegung in der

Richtung von d_0 nach d_1 stattfinden. Die Ein- und Austrittszeiten in den Punkten $d_0 d_1$, $e_0 e_1$ seien respective $t_0 t_1$, $\tau_0 \tau_1$. Ferner seien $\overline{ol}$ und $\overline{os}$ die Normalen von o auf die zwei Sehnen, so dass $\overline{sl}$ der durch den Mittelpunkt gehende Declinationskreis ist. k und q seien die Halbirungspunkte der Sehnen, mithin ihre Verbindungslinie kq der zur Richtung der Sehnen conjugirte Ellipsendurchmesser. Setzt man bei beiden Sternen eine gleichmässige Bewegung voraus, so werden sie zu den Zeiten $\frac{t_0+t_1}{2}$ und $\frac{\tau_0+\tau_1}{2}$ die Punkte k und q also jenen conjugirten Durchmesser erreichen. Es kommt aber darauf an, die Zeiten festzustellen, wann die Sterne durch denselben Declinationskreis, also durch die Punkte l und s gehen. Bei Vernachlässigung der Refraction ist

$$\alpha_1 - \alpha = \frac{\tau_0+\tau_1}{2} - \frac{t_0+t_1}{2}$$

weil dann die Richtungen $\overline{sl}$ und $\overline{qk}$ zusammenfallen, da im Kreise je 2 conjugirte Durchmesser senkrecht aufeinander stehen. Hieran müssen also noch die zum Durchlaufen von $\overline{sq}$ und $\overline{kl}$ nöthigen Zeiten als Correctionsglieder angebracht werden.

Setzt man $\angle kol = \angle soq = \xi$, $\angle zol = p$, die halben Sehnen $\overline{d_0 k} = m$, $\overline{e_0 q} = n$, die conjugirten Radien $of = r_1$, $og = r$, und die Linien $ok = x$ und $qo = y$, wobei p der parallactische Winkel (Zenith — Stern — Pol) des Punktes o ist, so sind die aufzusuchenden Grössen $\overline{kl}$ und $\overline{sq}$ für die Correction in Rectascension, $\overline{os}$ und $\overline{ol}$ zur Berechnung des Declinationsunterschiedes. Beide werden gefunden aus den Dreiecken okl und osq.

Es ist: $\frac{m^2}{r^2 - x^2} = \frac{r_1^2}{r^2}$

$$x^2 = r^2 - m^2 \frac{r^2}{r_1^2}$$

$$x = r \sqrt{1 - \frac{m^2}{r_1^2}}$$

Ebenso $y = r\sqrt{1-\frac{n^2}{r_1{}^2}}$

oder wenn man setzt:

$$\frac{m}{r_1} = \sin\chi, \quad \frac{n}{r_1} = \sin\psi$$

$$x = r\cos\chi \qquad y = r\cos\psi$$

Jedoch ist zu beachten, dass die Grössen x und y von o aus in der Richtung der wachsenden Declination gezählt werden, also in unserm Falle, wo die Sterne das Gesichtsfeld auf verschiedenen Seiten des Mittelpunkts passiren, entgegengesetzte Vorzeichen haben.

Die Grössen m und n findet man leicht aus den Beobachtungszeiten, nämlich es ist:

$$m = \frac{15}{2}(t_1 - t_0)\cos\delta, \quad n = \frac{15}{2}(\tau_1 - \tau_0)\cos\delta$$

Die Radien r und r_1 dagegen müssen aus den Dimensionen der Ellipse berechnet werden. Bei der geringen Excentricität einer solchen Ellipse kann man als Näherungsgleichung für sie in Polarcoordinaten auf den Mittelpunkt bezogen setzen:

$$R = a\cos^2\vartheta + b\sin^2\vartheta$$

wobei a und b die grosse und kleine Halbaxe und ϑ den Winkel, welchen der Radiusvector mit der grossen Halbaxe einschliesst, bezeichnen.

Diese Winkel sind hier: bei dem Radius r $\angle goz = p - \xi$ und bei dem Radius r_1 $\angle foz = \frac{\pi}{2} - p$.

Nun besteht nach einem Satze der anal. Geometrie über die Richtungen zweier conjugirten Durchmesser die Gleichung:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi + p\right)\operatorname{tg}(p-\xi) = -\frac{b^2}{a^2}$$

$$\operatorname{ctg} p \,.\, \operatorname{tg}(p-\xi) = \frac{b^2}{a^2}$$

oder indem man $\operatorname{tg}(p-\xi)$ nach der kleinen Grösse ξ entwickelt und aufmultiplicirt:

$$1 - \operatorname{ctg} p \, \frac{\xi}{\cos^2 p} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$1 - \frac{2\xi}{\sin 2p} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\xi = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \frac{\sin 2p}{2} = \frac{e^2}{2} \sin 2p$$

wo e die numerische Excentricität der Ellipse bezeichnet.

Die Grösse $\frac{e^2}{2}$ ist mit der Höhe variabel und kann aus Tafel III. im Anhange entnommen werden; dort findet man jedoch, da der Winkel ξ in Secunden gebraucht wird, für eine später noch zu definirende Grösse Δ als Argument direct die Grösse $\log\left(\frac{e^2}{2} \cdot 206264{\cdot}8\right)$, wozu man also noch $\log \sin 2p$ addirt, um den Winkel ξ zu erhalten.

Die Grösse $\sin 2p$ ergibt sich aus der Gleichung

$$\sin p = \frac{\sin T}{\cos h} \cos \varphi$$

wo φ, T, h respective die Polhöhe des Beobachtungsortes, den Stundenwinkel und die wahre Höhe des Mikrometermittelpunktes bezeichnen.

Die Höhe kann entweder, wenn das Instrument einen Verticalkreis besitzt, direct abgelesen, oder nach der Formel berechnet werden:

$$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos T.$$

Die Formel gibt die wahre Höhe, die directe Ablesung die scheinbare, welche dann leicht noch wegen der Refraction corrigirt werden kann, was jedoch hier kaum auf die Formel für $\sin p$ Einfluss hat, da der Winkel nur bis auf Bogenminuten genau nöthig ist.

In dem Vorigen haben wir also das Mittel, die Grössen x und y zu berechnen, und müssen diese jetzt nach den Richtungen des Declinations- und Parallelkreises zerlegen. Offenbar ist, wenn man die kleinen sphärischen Dreiecke *okl* und *oqs* als eben betrachtet:

$$\overline{ol} = x\cos\xi \qquad \overline{kl} = x\sin\xi$$
$$\overline{os} = y\cos\xi \qquad \overline{qs} = y\sin\xi.$$

Mithin folgt direct:

$$\alpha_1 - \alpha = \left(\frac{\tau_0+\tau_1}{2} + (\pm\overline{sq})\frac{1}{15\cos\delta_1}\right) - \left(\frac{t_0+t_1}{2} + (\pm\overline{kl})\frac{1}{15\cos\delta}\right)$$

Das Vorzeichen der Correctiosglieder $\overline{sq}$ und $\overline{kl}$ ist nicht zu verfehlen bei consequenter Durchführung der Rechnung, mit Berücksichtigung der Vorzeichen $\sin T$, $\sin 2p$, $\sin\xi$, x und y.

Zu demselben Resultate gelangt man auch durch folgende Betrachtungen, die uns ausserdem einen interessanten Ueberblick über die Wirkung der Refraction in Rectascension an den verschiedenen Stellen des Himmels gewähren. Gesucht werden die Durchgangszeiten der Sterne durch den Declinationskreis des Mittelpunktes, während $\frac{\tau_0+\tau_1}{2}$ und $\frac{t_0+t_1}{2}$ die Durchgangszeiten durch den zur Bewegungsrichtung conjugirten Durchmesser sind. Das Correctionsglied ist die Zeit, die der Stern gebraucht, um von einem ausgezeichneten Durchmesser zum andern zu gelangen. Daher ist bei diesem das positive Vorzeichen zu wählen, wenn der Stern zuerst den conjugirten Durchmesser und dann den Declinationskreis des Mittelpunkts erreicht und umgekehrt das negative.

Bekanntlich liegt die grosse Axe der Ellipse stets in dem spitzen Winkel zwischen zwei conjugirten Durchmessern. Hieraus geht bei einer Betrachtung von Fig. 4 unmittelbar hervor, dass so lange der parallactische Winkel ein spitzer ist, ein Stern von grösserer Declination als der Mittelpunkt der Ellipse (also unter unsern Breiten am südlichen Himmel im untern Theile des Gesichtsfeldes des astronomischen Fernrohres), wenn er westlich vom Meridian des Beobachtungsortes steht, zuerst den conjugirten Durchmesser $\overline{cc}$, östlich dagegen zuerst den Declinationskreis des Ellipsenmittelpunktes erreicht. Mithin ist im ersteren Falle im unteren Theile des Gesichtsfeldes das positive, im oberen das negative Zeichen zu wählen; auf der Ostseite dagegen gerade umgekehrt.

Ist der parallactische Winkel ein rechter, wie es bei solchen Sternen möglich ist, die grade auf einer bestimmten

geschlossenen Curve sich befinden, welche durch das Zenith und den Pol geht, so liegt der Declinationskreis des Sternes in der kleinen Axe der Ellipse, und der zur Bewegungsrichtung conjugirte Durchmesser fällt mit ihm zusammen. Das heisst der Winkel ξ verschwindet, der Rectascensionsunterschied wird durch die Refraction nicht beeinflusst und wir dürfen die Grundformel $\alpha_1 - \alpha = \frac{\tau_0 + \tau_1}{2} - \frac{t_0 + t_1}{2}$ anwenden.

Wird endlich, wie es geschieht, bei Sternen, welche innerhalb jener Curve sich befinden, der parallactische Winkel ein stumpfer, so geht, wie man schon aus Analogie mit dem Frühern und aus der Continuität des Winkels ξ erwarten konnte, ein Stern von geringerem Polabstand, als der Ellipsenmittelpunkt auf der Westseite des Himmels zuerst durch den Declinationskreis, oder das Correctionsglied bekommt das negative Vorzeichen. Oestlich vom Meridian des Beobachtungsortes ist es wieder umgekehrt, wie man mit Hilfe von Fig. 4 durch ähnliche Betrachtungen wie die obigen leicht verificiren kann.

Schliesslich kann der parallactische Winkel auch verschwinden oder $= \pi$ werden, und dies findet Statt im Meridian; dort fällt die Bewegungsrichtung mit der kleinen Axe der Ellipse zusammen und das Correctionsglied verschwindet.

Der ganze sichtbare Theil der Himmelskugel zerfällt somit in 4 paarweise gegen den Meridian des Beobachtungsortes symmetrisch liegende Theile nach dem Vorzeichen des Correctionsgliedes. Letzteres ist in der folgenden kleinen Tabelle, wobei die Declination des Sternes gegen die des Mittelpunktes durch die Reihenfolge der Argumente angedeutet ist, zusammengestellt (siehe Fig. 5).

	I	II	III	IV
Pol Stern 0 Mittelp. Stern 1	+	−	+	−
	−	+	−	+

Wie schon oben bemerkt wurde, kommt man auch bei consequenter Durchführung der Rechnung mit Berücksichtigung der Vorzeichen zu dem richtigen Resultate. So war z. B. das Correctionsglied von $\frac{\tau_0+\tau_1}{2}$ (siehe Fig. 3)

$$= (\pm\overline{sq})\frac{1}{15\cos\delta^1} = (\pm y)\sin\xi\frac{1}{15\cos\delta^1}.$$

Hier ist $\cos\delta^1$ stets positiv, das Vorzeichen von y wird durch die Lage des Sternes gegen den Mittelpunkt bestimmt, und $\sin\xi = \sin\left\{\frac{e^2}{2}\sin 2p\right\}$ hat ein von $\sin 2p$ abhängiges Vorzeichen. Wir kommen also, abgesehen von y, zur Entscheidung wieder auf die Grösse p. Rechnen wir, wie gewöhnlich, den parallactischen Winkel westlich vom Meridian positiv, östlich negativ, so folgt ebenfalls

$\sin\xi = +$ für p von 0 bis $+\frac{\pi}{2}$ (I) (siehe Fig. 5)

und $-\pi$ bis $-\frac{\pi}{2}$ (III)

$\sin\xi = -$ für p von $+\frac{\pi}{2}$ bis $+\pi$ (II)

und $-\frac{\pi}{2}$ bis 0 (IV)

$\sin\xi = 0$ für $p = 0$ (Meridian SN)

oder $= \pm\pi$ (Curve $PQZR$).

Durch Betrachtung der zwei ersten Derivirten von $\sin\xi$ oder dem allein darin variabeln $\sin 2p$:

$$\frac{d\sin 2p}{dp} = 2\cos 2p\,; \quad \frac{d^2\sin 2p}{dp^2} = -4\sin 2p$$

findet man ferner, dass der Winkel ξ zwei Maxima und zwei Minima besitzt, nämlich erstere für $p = +\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{3\pi}{4}$, letztere für $p = -\frac{\pi}{4}$ und $+\frac{3\pi}{4}$. Der Ort aller Punkte der

Kugeloberfläche, welche als parallactischen Winkel $+\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{3\pi}{4}$ haben, ist eine gewisse Curve 11, die durch P und Z geht; dies ist also für den Winkel ξ die Maximalcurve. Ebenso ist entsprechend 22 die Minimalcurve oder richtiger die Curve des negativen Maximums.

Denkt man sich das Correctionsglied $y \sin\left\{\frac{e^2}{2}\sin 2p\right\}\frac{1}{15\cos\delta^1}$ derartig graphisch dargestellt, dass die einzelnen Variabeln desselben Ordinaten sind zu Punkten von Curven, deren gemeinsame Abscissen den Ort eines Sternes darstellen auf einer Schnittcurve, die etwa von Osten nach Westen ($\varrho\sigma$ in Fig. 5) zwischen dem Pol und dem Zenith des Beobachtungsortes hindurchgeht, so werden sich, da das Correctionsglied $= f(y, e, p, \delta^1)$ ist, vier Curven über einander legen (Fig. 6). Zunächst die p-Curve, die hier dreimal die Abscisse schneidet in Q, U, R und 2 Maxima und 2 Minima besitzt, ganz entsprechend den frühern Erklärungen. Diese Curve allein bestimmt auch, abgesehen von y, das Vorzeichen, während die folgenden nur den absoluten Betrag des Correctionsgliedes modificiren.

2) Die e-Curve hat ein Minimum dort, wo der auf der Abscisse abgebildete Kreis dem Zenith am nächsten kommt, weil e mit wachsender Höhe abnimmt.

3) Die δ-Curve hat ein Maximum dort, wo jener Kreis dem Pol am nächsten kommt, weil $\frac{1}{\cos\delta}$ mit wachsender Poldistanz abnimmt. Beide die e- und die δ-Curve bleiben jedoch immer auf der positiven Seite der Abscisse.

4) Die y-Curve ist, da sie nicht von dem Ort des Sternes am Himmel, sondern von seinem Ort im Mikrometer abhängt, für die hier gewählte Abscisse willkührlich und kann bekanntlich sowohl auf die positive als auch auf die negative Seite derselben gehen.

Dieselbe Construction könnte nun für beliebig viele Schnitte, also für alle Punkte der sichtbaren Himmelskugel gemacht

werden. Ebenso wie oben die Schnittcurve $\varrho\sigma$ als Abscisse diente, so könnte jetzt die Halbkugeloberfläche auf einer Ebene z. B. der xy-Ebene abgebildet werden, und man würde dann analog dem Obigen vier sich übereinander lagernde graphische Flächen erhalten. Eine eindeutig bestimmte Function der z-Coordinaten aller vier Flächen, die einem bestimmten Punkte in der xy-Ebene zugehören, liefert dann den algebraischen Werth des Correctionsgliedes.

Ausser im Meridian des Beobachtungsortes und in der Curve $PQZR$ in Fig. 5, wo die Ellipse gegen den Declinationskreis ihres Mittelpunktes symmetrisch liegt, und das Correctionsglied $y \sin\left(\frac{e^2}{2} \sin 2p\right) \frac{1}{15 \cos \delta^1}$ durch p zum Verschwinden gebracht wird, kann dies auch geschehen dadurch, dass $e = 0$ wird. Allein dies findet Statt im Zenith, wo $\sin 2p$ schon dasselbe bewirkt haben würde, liefert uns mithin keinen neuen Fall. Ferner kann es geschehen durch Verschwinden von y, wo der Stern durch den Mittelpunkt der Ellipse geht. Endlich können sich die Correctionsglieder beider Sterne gegenseitig zerstören, wenn sie nämlich algebraisch gleich sind, d. h. wenn beide Sterne dieselbe Declination haben, also das Kreismikrometer an denselben Punkten passiren.

Viel bequemer als den Rectascensionsunterschied zweier Sterne findet man denjenigen in Declination. Es ist nämlich wie sofort aus einer Betrachtung der Figur 3 hervorgeht, $\delta - \delta^1 = (x - y) \cos \xi$, wobei die Vorzeichen von x und y nach der früher ausgesprochenen Regel zu beachten sind. ξ ist aber stets so klein, dass man ohne Weiteres setzen kann: $\delta - \delta^1 = x - y$.

Um eine ähnliche genauere Discussion über die Wirkung der Refraction auf den Declinationsunterschied zweier Sterne anzustellen, wie dies oben in Betreff der Rectascension geschehen ist, müsste man den wahren Declinationsunterschied $\delta - \delta^1$ in die Form einer Summe bringen, bestehend aus dem mit Refraction behafteten Declinationsunterschied und einem Correctionsgliede.

Die genauere Untersuchung dieses Correctionsgliedes, welches im Allgemeinen mit den Oertern der Sterne variabel ist, würde dann ähnliche Resultate, wie die obigen zur Folge haben.

Zur Berechnung der Grössen r und r_1 gebrauchten wir als Näherungsgleichung der Ellipse in Polarcoordinaten auf den Mittelpunkt bezogen:

$$R = a \cos 2\vartheta + b \sin 2\vartheta.$$

Dafür kann man auch schreiben

$$R = b + (a-b) \cos 2\vartheta$$

$$= b \left\{ 1 + \frac{1}{\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\cos 2\vartheta}} \right\}$$

Der Logarithmus des Klammerausdrucks ist alsdann der „Additionslogarithmus“ für das Argument $\log \left(\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\cos 2\vartheta} \right)$, welcher aus der Zech'schen Tafel entnommen werden kann. Zu grösserer Bequemlichkeit ist im Anhange die Tafel III. entworfen, welche für eine gewisse Grösse Δ als Argument die Grösse $\log \frac{b}{a-b}$ angiebt. Für b ist natürlich stets der verbesserte oder scheinbare Horizontaldurchmesser zu setzen.

Das in Tafel III. eingeführte Argument Δ ist die Vergrösserung, welche in einem Kreismikrometer, dessen wahrer Durchmesser $2R = 20'$ ist, letzterer in der verticalen Richtung durch die Refraction erleidet, so dass z. B. die erste in jener Tafel aufgeführte Function

$$\log \frac{b}{a} = \log \left(\frac{2R(1+\alpha)}{2R+\Delta} \right) \quad \text{ist.}$$

Diese Methode ist hier gewählt, um den Einfluss des Luftdrucks und der Temperatur auf die Refraction bequem berücksichtigen zu können. Die genauere Formel für die Refraction lautet nämlich:

$$\log Refr. = \log \operatorname{ctg} h + \log \alpha + A \log B + \lambda \log \gamma.$$

Hier sind B und γ Grössen, die vom Barometer- und Ther-

mometerstand abhängig mit steigendem Luftdruck und fallender Temperatur wachsen (wegen des in dieser Weise veränderlichen Brechungsindex der Luft). A und λ sind kleine mit der Höhe variabele Correctionsglieder von $\log B$ und $\log\gamma$.

Die Grösse Δ, oder die Differenz der Refractionen der Endpunkte des wahren Verticaldurchmessers ist mithin genau:

$$\Delta = \alpha_1 \operatorname{ctg} h_1 B_1 \gamma_1 - \alpha_0 \operatorname{ctg} h_0 B_0 \gamma_0,$$

wo $\log B_i = A_i \log B$

$\log \gamma_i = \lambda_i \log \gamma$ ist,

oder $$\Delta = [\alpha_1 \operatorname{ctg} h_1 - \alpha_0 \operatorname{ctg} h_0] B_0 \gamma_0$$

da $B_0\gamma_0$ wegen der geringen Veränderlichkeit von A und λ $= B_1\gamma_1$ gesetzt werden kann. Das heisst B und γ treten in Δ unmittelbar als Factoren auf.

Sucht man also in Taf. I. für die scheinbare Höhe die Grösse $\Delta = \alpha_1 \operatorname{ctg} h_1 - \alpha_0 \operatorname{ctg} h_0$ für den von Bessel angenommenen Normalzustand der Luft, so kann man hieran mit Leichtigkeit die aus Taf. II. zu entnehmenden Factoren B_0 und γ_0 anbringen und mit dem so verbesserten Δ in Taf. III. eingehen, die bei der Berechnung von ξ und R grosse Dienste leistet.

Die wahre Entfernung je zweier Sterne in demselben Verticalkreise wurde durch Refraction gleichsam mit $1+\frac{\alpha}{\sin^2 h}$ multiplicirt. Dieselbe Vergrösserung erleidet mithin auch der verticale Durchmesser des Kreismikrometers. Setzen wir nun $h = \frac{\pi}{2}$, d. h. beobachten wir im Zenith, so geht obiger Proportionalitätsfactor über in $(1+\alpha)$; dies ist aber die Zahl, mit welcher der Horizontaldurchmesser in jeder Höhe multiplicirt wurde, da die mit der Abnahme der Höhe schwächer werdende Convergenz der Verticallinien gleichsam compensirt wurde durch die stärkere Refraction. Dies war auch vorauszusehen, denn in der Nähe des Zenith findet die sehr geringe Hebung der Sterne von allen Seiten symmetrisch statt und das fingirte elliptische Mikrometer wird dort kreisförmig und

unterscheidet sich nur durch die Vergrösserung des Durchmessers von dem wirklichen Kreismikrometer.

Bestimmung des Durchmessers.

Um den Durchmesser des Kreismikrometers zu finden, ist es am vortheilhaftesten, stets eine ähnliche Methode der Beobachtung anzuwenden, wie die, zu deren Berechnung man ihn später verwenden will, also z. B. zu Differenzbeobachtungen, wie wir sie hier im Auge gehabt haben, ihn ebenfalls mittels solcher zu bestimmen. Man braucht zu diesem Zweck nur die Relationen zwischen a, b, α, δ, α_1, δ_1 und den beobachteten Zeitmomenten, welche wir früher ableiteten, und die in Form von Gleichungen auftraten, anstatt für $\alpha - \alpha_1$ und $\delta - \delta_1$ jetzt für r aufzulösen, indem man 2 Sterne, deren α und δ bekannt sind, zur Beobachtung wählt.

Dies lässt sich z. B. folgendermaassen machen:

Man berechne zunächst die scheinbare Höhe h und den parallactischen Winkel p des Kreismikrometer-Mittelpunkts, darauf nach der Formel: $\xi = \frac{e^2}{2} \sin 2p$ den Winkel ξ. Die Winkel, welche die Richtung des Parallelkreises und die hierzu conjugirte mit der grossen Axe der Ellipse einschliessen, sind: $\frac{\pi}{2} - p$ und $p - \xi$ (siehe Fig. 3). Nenne ich diese analog dem Frühern ϑ^1 und ϑ und behalte auch die übrigen Bezeichnungen: r, r_1, m, n, x, y aus den obigen Entwickelungen bei, so ist

$$r = b\left(1 + \frac{a-b}{b}\cos^2\vartheta\right)$$

$$r_1 = b\left(1 + \frac{a-b}{b}\cos^2\vartheta^1\right).$$

Mithin ist $r_1 = rC$, wo $\log C$ die Differenz der 2 Additionslogarithmen für die Argumente $\left\{\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\cos^2\vartheta^1}\right\}$ und

$\left\{\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\cos 2\vartheta}\right\}$ ist, die in der früher angedeuteten Weise gefunden werden können.

Ausserdem ist:

$$\frac{m^2}{r^2-x^2} = \frac{r_1^2}{r^2} = C^2$$

$$\frac{n^2}{r^2-y^2} = \frac{r_1^2}{r^2} = C^2$$

oder

$$C^2 r^2 = m^2 + C^2 x^2$$
$$C^2 r^2 = n^2 + C^2 y^2.$$

Setzt man $\frac{m}{Cr} = \sin\zeta$ und $\frac{n}{Cr} = \sin\eta$, so ist $\frac{x}{r} = \cos\zeta$, $\frac{y}{r} = \cos\eta$ und es folgt weiter:

$$m + n = Cr(\sin\zeta + \sin\eta) = 2Cr \sin\frac{\zeta+\eta}{2} \cos\frac{\zeta-\eta}{2}$$

$$m - n = Cr(\sin\zeta - \sin\eta) = 2Cr \cos\frac{\zeta+\eta}{2} \sin\frac{\zeta-\eta}{2}$$

Ferner ist $x - y = r(\cos\zeta - \cos\eta)$

$$= -2r \sin\frac{\zeta+\eta}{2} \sin\frac{\zeta-\eta}{2}$$

$x - y$ ist streng genommen $= (\delta - \delta^1) \sec\xi$ wird aber, weil $\sec\xi$ sich fast gar nicht von der Einheit entfernt, $= \delta - \delta^1$ gesetzt werden können. So hat man also 3 Gleichungen zwischen den 3 Unbekannten r, $\frac{\zeta+\eta}{2}$, $\frac{\zeta-\eta}{2}$, woraus man zuerst $\frac{\zeta+\eta}{2}$ und $\frac{\zeta-\eta}{2}$ eliminirt und dann r findet. Zu bemerken ist noch, dass bei negativem x oder y die Winkel ζ oder η im zweiten Quadranten liegen können. Von $\log r$ subtrahirt man den zugehörigen Additionslogarithmus, um so b zu finden.

Wendet man zur Bestimmung des Durchmessers dagegen die von Gauss vorgeschlagene Methode an, indem man denselben im Fernrohre mit Hilfe eines andern Winkelinstrumentes

direct misst, so findet man durch Berechnung zunächst den wahren Durchmesser, und wird diesen noch mit dem Faktor $(1+\alpha)$ multipliciren, um $2b$ zu erhalten.

Der bequemen Uebersicht halber sind die Formeln in dem Folgenden noch einmal zusammengestellt. Gegeben ist:

$\alpha^1 \delta^1$ = Ort des Vergleichssterns;
$\tau_0 \tau_1$ = seine Ein- und Austrittsmomente;
$t_0 t_1$ = dieselben des unbekannten Sternes;
R = der wahre Radius des Kreismikrometers;
oder b = sein scheinbarer Horizontalradius;
φ = Polhöhe des Beobachtungsortes.

Ausserdem seien folgende Bezeichnungen eingeführt (vgl. Fig. 3).

H = wahre Höhe
h = scheinbare Höhe
D = Declination
T = Stundenwinkel
p = parallact. Winkel
} des Mikrometermittelpunktes;

$\alpha\ \delta$ = Ort des unbekannten Sterns;
m und n = halbe Sehnen der Sterne $\alpha\delta$, $\alpha^1\delta^1$;
$2r_1$ und $2r$ der zur Bewegungsrichtung parallele und der dazu conjugirte Ellipsendurchmesser;
ξ = Complementwinkel zu dem von diesen zwei Durchmessern eingeschlossenen spitzen Winkel;
x, y = Entfernungen der Halbirungspunkte der Sehnen $2m$ und $2n$ vom Mittelpunkte;
a, b = grosse und kleine Halbaxe der Ellipse.

Dann berechne man folgende Grössen:

1)
$$m = \frac{t_1 - t_0}{2} 15 \cos\delta$$

$$n = \frac{\tau_1 - \tau_0}{2} 15 \cos\delta^1.$$

2) $$D = \delta^1 \pm \sqrt{R^2 - n^2}.$$

3) $$T = \frac{t_0 + t_1}{2} - \alpha.$$

4) $\sin H = \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos T$;
$h = H +$ Correction aus Tafel IV;
oder h ist gegeben als Beobachtungsgrösse.

5) $\Delta = f(h)$ aus Tafel I.
mit Anbringung etwaiger Correctionen aus Taf. II.

6) $$\sin p = \frac{\cos\varphi \sin T}{\cos H}.$$

7) $$\xi = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2} \sin 2p.$$ (Taf. III.)

8) $$\log b = \log R + 0.00012.$$

9) $$\log a = \log b - \log\left(\frac{b}{a}\right).$$ (Taf. III.)

10) $$r = b\left\{1 + \frac{1}{\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\cos^2(p-\xi)}}\right\}$$

$$r_1 = b\left\{1 + \frac{1}{\frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{\sin^2 p}}\right\}$$

(Taf. III. und Zechs Additionslg.)

11) $$x = \pm r \sqrt{1 - \left(\frac{m}{r_1}\right)^2}$$

$$y = \pm r \sqrt{1 - \left(\frac{n}{r_1}\right)^2}$$

Dann ist:

$$\delta - \delta^1 = (x - y) \cos\xi$$

$$\alpha - \alpha^1 = \frac{t_0 + t_1}{2} - \frac{\tau_0 + \tau_1}{2} + \left(\frac{x}{\cos\delta} - \frac{y}{\cos\delta^1}\right)\frac{\sin\xi}{15}.$$

Rechnungsbeispiel.

Den 9. September 1849 wurde in Bilk der Planet Metis mit einem Stern verglichen, dessen scheinbarer Ort:

$$\alpha^1 = 22^h\ 23^m\ 59^s.63$$
$$\delta^1 = -21^\circ\ 43'\ 27''.08.$$

Um $23^h\ 23^m\ 19^s.3$ Sternzeit wurde beobachtet:

$$\frac{t_0+t_1}{2} - \frac{\tau_0+\tau_1}{2} = 1^m\ 9^s.65 = 17'\ 24''.75$$

1) $\log m = 2.60913 \qquad \log n = 2.67109.$

Ausserdem ist gegeben:

$$\varphi = 51^\circ\ 12' \qquad \log b = 2.75304.$$

Daraus findet man:

2) $D = -21^\circ\ 50'$;
3) $T = 1^h\ 21^m\ 19^s.7$;
4) $H = 14^\circ\ 48'$;
   $h = 14^\circ\ 52'$;
5) $\Delta = 4''.87$. Da Barometer- und Thermometerstand nicht gegeben sind, so geht man direct mit diesem Δ in Tafel III., und findet:

$$\log \frac{b}{a} = 9.99836 \qquad \log \frac{b}{a-b} = 2.421$$

$$\log \frac{e^2}{2}\omega = 2.8902.$$

6) $\sin p = 9.35271 \qquad p = 13^\circ\ 1'.5$;
7) $\xi = 340''.85$;
8) $\log a = 2.75468$;
9) $\log r = 2.75460$
   $\log r_1 = 2.75312$;
10) $x = -395''.70 \qquad y = +318''.78.$

Hieraus folgt endlich:

$$\delta - \delta^1 = -714''.48 = -11'\ 54''.48$$
$$\alpha - \alpha^1 = 17'\ 24''.75 - 1''.18$$
$$= 17'\ 23''.57.$$

Anhang.

Tafel I.:

Argument: Scheinbare Höhe.

Function: Δ und $\log \Delta$ für den Normalzustand der Atmosphäre von $751^{mm}.74$ Barom. und $9°.31$ Celsius.

Tafel II.:

a) Argument: Barometerstand.
Funktion: $\log B$.

b) Argument: Thermometerstand.
Funktion: $\log \gamma$.

Ausserdem die mit der Höhe variabeln Correctionsfactoren von $\log B$ und $\log \gamma$: A und λ.

Tafel III.:

Argument: Δ.

Funktion: $\log \frac{b}{a}$, $\log \frac{b}{a-b}$ und $\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$.

Tafel IV.:

Argument: Scheinbare Höhe.

Funktion: Refraction für den Normalzustand der Atmosphäre.

Sch.H.	Δ		log Δ		Sch.H.	Δ		log Δ	
5° 0′	32.″50		1.51188		8° 0′	14.″92		1.17377	
		—111		—1509			—26		—764
5	31. 39		1.49679		5	14. 66		1.16613	
		94		1320			26		777
10	30. 45		1.48359		10	14. 40		1.15836	
		76		1098			26		791
15	29. 69		1.47261		15	14. 14		1.15045	
		73		1081			25		775
20	28. 96		1.46180		20	13. 89		1.14270	
		70		1063			24		757
25	28. 26		1.45117		25	13. 65		1.13513	
		66		1026			24		770
30	27. 60		1.40091		30	13. 41		1.12743	
		65		1035			22		719
35	26. 95		1.43056		35	13. 19		1.12024	
		65		1060			22		730
40	26. 30		1.41996		40	12. 97		1.11294	
		60		1003			22		743
45	25. 70		1.40993		45	12. 75		1.10551	
		59		1008			21		721
50	25. 11		1.39985		50	12. 54		1.09830	
		55		962			21		734
55	24. 56		1.39023		55	12. 33		1.09096	
		53		948			21		746
6 0	24. 03		1.38075		9 0	12. 12		1.08350	
		52		950			19		686
5	23. 51		1.37125		5	11. 93		1.07664	
		51		952			20		734
10	23. 00		1.36173		10	11. 73		1.06930	
		50		955			19		709
15	22. 50		1.35218		15	11. 54		1.06221	
		47		917			17		645
20	22. 03		1.34301		20	11. 37		1.05576	
		45		896			19		732
25	21. 58		1.33405		25	11. 18		1.04844	
		45		915			15		586
30	21. 13		1.32490		30	11. 03		1.04258	
		42		872			17		675
35	20. 71		1.31618		35	10. 86		1.03583	
		41		868			17		685
40	20. 30		1.30750		40	10. 69		1.02898	
		42		908			16		655
45	19. 88		1.29842		45	10. 53		1.02243	
		38		839			17		707
50	19. 50		1.29003		50	10. 36		1.01536	
		40		900			16		676
55	19. 10		1.28103		55	10. 20		1.00860	
		40		919			15		643
7 0	18. 70		1.27184		10 0	10. 05		1.00217	
		37		868			14		610
5	18. 33		1.26316		5	9. 91		0.99607	
		37		885			14		618
10	17. 96		1.25431		10	9. 77		0.98989	
		36		880			14		626
15	17. 60		1.24551		15	9. 63		0.98363	
		32		797			14		636
20	17. 28		1.23754		20	9. 49		0.97727	
		33		837			14		646
25	16. 95		1.22917		25	9. 35		0.97081	
		30		776			15		702
30	16. 65		1.22141		30	9. 20		0.96379	
		31		816			12		570
35	16. 34		1.21325		35	9. 08		0.95809	
		31		832			13		627
40	16. 03		1.20493		40	8. 95		0.95182	
		28		765			13		635
45	15. 75		1.19728		45	8. 82		0.94547	
		30		835			11		545
50	15. 45		1.18893		50	8. 71		0.94002	
		26		737			12		603
55	15. 19		1.18156		55	8. 59		0.93399	
		27		779			12		611
8 0	14. 92		1.17377		11 0	8. 47		0.92788	

Sch.H.	Δ		log Δ		Sch.H.	Δ		log Δ	
11°0′	8.″47		0.92788		14°0′	5.″44		0.73560	
		−11		−567			−5		−401
5	8. 36		0.92221		5	5. 39		0.73159	
		11		576			7		568
10	8. 25		0.91645		10	5. 32		0.72591	
		12		636			6		492
15	8. 13		0.91009		15	5. 26		0.72099	
		11		592			5		415
20	8. 02		0.90417		20	5. 21		0.71684	
		11		599			6		503
25	7. 91		0.89818		25	5. 15		0.71181	
		10		553			6		509
30	7. 81		0.89265		30	5. 09		0.70672	
		10		560			5		429
35	7. 71		0.88705		35	5. 04		0.70243	
		9		510			6		520
40	7. 62		0.88195		40	4. 98		0.69723	
		10		573			4		350
45	7. 52		0.87622		45	4. 94		0.69373	
		10		582			5		442
50	7. 42		0.87040		50	4. 89		0.68931	
		9		530			5		446
55	7. 33		0.86510		55	4. 84		0.68485	
		10		596			5		451
12 0	7. 23		0.85914		15 0	4. 79		0.68034	
		10		605			5		456
5	7. 13		0.85309		5	4. 74		0.67578	
		8		490			5		461
10	7. 05		0.84819		10	4. 69		0.67117	
		9		558			4		372
15	6. 96		0.84261		15	4. 65		0.66745	
		9		565			5		469
20	6. 87		0.83696		20	4. 60		0.66276	
		8		509			5		475
25	6. 79		0.83187		25	4. 55		0.65801	
		9		580			5		480
30	6. 70		0.82607		30	4. 50		0.65321	
		9		587			5		485
35	6. 61		0.82020		35	4. 45		0.64836	
		7		462			4		392
40	6. 54		0.81558		40	4. 41		0.64444	
		7		468			5		495
45	6. 47		0.81090		45	4. 36		0.63949	
		9		608			4		401
50	6. 38		0.80482		50	4. 32		0.63548	
		7		479			5		505
55	6. 31		0.80003		55	4. 27		0.63043	
		8		554			4		409
13 0	6. 23		0.79449		16 0	4. 23		0.62634	
		7		491			3		309
5	6. 16		0.78958		5	4. 20		0.62325	
		6		425			4		416
10	6. 10		0.78533		10	4. 16		0.61909	
		8		573			4		419
15	6. 02		0.77960		15	4. 12		0.61490	
		6		435			4		424
20	5. 96		0.77525		20	4. 08		0.61066	
		8		587			4		428
25	5. 88		0.76938		25	4. 04		0.60638	
		6		446			2		215
30	5. 82		0.76492		30	4. 02		0.60423	
		6		450			4		435
35	5. 76		0.76042		35	3. 98		0.59988	
		7		531			5		549
40	5. 69		0.75511		40	3. 93		0.59439	
		7		537			4		444
45	5. 62		0.74974		45	3. 89		0.58995	
		6		467			5		562
50	5. 56		0.74507		50	3. 84		0.58433	
		6		471			2		227
55	5. 50		0.74036		55	3. 82		0.58206	
		6		476			3		342
14 0	5. 44		0.73560		17 0	3. 79		0.57864	

Sch.H.	Δ		log Δ		Sch.H.	Δ		log Δ	
17° 0′	3.″79		0.57864		23° 0′	2.″16		0.33445	
		—7		—810			—3		—607
10	3. 72		0.57054		10	2. 13		0.32838	
		7		825			3		616
20	3. 65		0.56229		20	2. 10		0.32222	
		6		720			3		625
30	3. 59		0.55509		30	2. 07		0.31597	
		6		732			3		634
40	3. 53		0.54777		40	2. 04		0.30963	
		6		744			2		428
50	3. 47		0.54033		50	2. 02		0.30535	
		6		758			2		432
18 0	3, 41		0.53275		24 0	2. 00		0.30103	
		6		771			3		656
10	3. 35		0.52504		10	1. 97		0.29447	
		6		784			3		667
20	3. 29		0.51720		20	1. 94		0.28780	
		6		800			2		450
30	3. 23		0.50920		30	1. 92		0.28330	
		5		677			2		455
40	3. 18		0.50243		40	1. 90		0.27875	
		5		689			2		459
50	3. 13		0.49554		50	1. 88		0.27416	
		5		699			3		699
19 0	3. 08		0.48855		25 0	1. 85		0.26717	
		5		711			2		472
10	3. 03		0.48144		10	1. 83		0.26245	
		5		722			2		477
20	2. 98		0.47422		20	1. 81		0.25768	
		5		735			3		726
30	2. 93		0.46687		30	1. 78		0.25042	
		5		748			1		245
40	2. 88		0.45939		40	1. 77		0.24797	
		4		607			3		742
50	2. 84		0.45332		50	1. 74		0.24055	
		4		616			2		502
20 0	2. 80		0.44716		26 0	1. 72		0.23553	
		5		783			1		253
10	2. 75		0.43933		10	1. 71		0.23300	
		4		636			3		769
20	2. 71		0.43297		20	1. 68		0.22531	
		3		484			2		520
30	2. 68		0.42813		30	1. 66		0.22011	
		5		817			1		263
40	2. 63		0.41996		40	1. 65		0.21748	
		4		666			2		529
50	2. 59		0.41330		50	1. 63		0.21219	
		3		506			3		807
21 0	2. 56		0.40824		27 0	1. 60		0.20412	
		4		684			1		272
10	2. 52		0.40140		10	1. 59		0.20140	
		4		695			1		274
20	2. 48		0.39445		20	1. 58		0.19866	
		4		706			3		833
30	2. 44		0.38739		30	1. 55		0.19033	
		3		537			1		281
40	2. 41		0.38202		40	1. 54		0.18752	
		3		544			2		568
50	2. 38		0.37658		50	1. 52		0.18184	
		4		736			2		575
22 0	2. 34		0.36922		28 0	1. 50		0.17609	
		3		561			1		290
10	2. 31		0.36361		10	1. 49		0.17319	
		3		568			2		587
20	2. 28		0.35793		20	1. 47		0.16732	
		3		575			1		297
30	2. 25		0.35218		30	1. 46		0.16435	
		3		583			1		298
40	2. 22		0.34635		40	1. 45		0.16137	
		3		591			2		603
50	2. 19		0.34044		50	1. 43		0.15534	
		3		599			2		612
23 0	2. 16		0.33445		29 0	1. 41		0.14922	

Sch.H.	Δ		log Δ		Sch.H.	Δ		log Δ	
29° 0′	1.″41		0.14922		40° 0′	0.″80		9.90309	
		3		934			1		546
20	1. 38		0.13988		20	0. 79		9.89763	
		2		634			1		554
40	1. 36		0.13354		40	0. 78		9.89209	
		3		969					
30 0	1. 33		0.12385		40 0	0. 80		9.90309	
		3		991			3		1660
20	1. 30		0.11394		41 0	0. 77		9.88649	
		2		673			2		1143
40	1. 28		0.10721		42 0	0. 75		9.87506	
		2		684			3		1773
					43 0	0. 72		9.85733	
31 0	1. 26		0.10037		44 0	0. 69	3	9.83885	1848
		3		1046					
20	1. 23		0.08991				2		1278
		2		712					
40	1. 21		0.08279		45 0	0. 67		9.82607	
		3		1091			2		1316
					46 0	0. 65		9.81291	
32 0	1. 18		0.07188		47 0	0. 63	2	9.79934	1357
		1		369					
20	1. 17		0.06819		48 0	0. 61	2	9.78533	1401
		3		1129					
40	1. 14		0.05690		49 0	0. 59	2	9.77085	1448
		2		768			2		1498
33 0	1. 12		0.04922		50 0	0. 57		9.75587	
		2		783			1		768
20	1. 10		0.04139		51 0	0. 56		9.74819	
		1		405			2		1580
40	1. 09		0.03734		52 0	0. 54		9.73239	
		2		796			1		811
					53 0	0. 53		9.72428	
34 0	1. 07		0.02938		54 0	0. 51	2	9.70757	1671
		3		235					
20	1. 04		0.01703				1		860
		0		000					
40	1. 04		0.01703		55 0	0. 50		9.69897	
		3		271			1		877
					56 0	0. 49		9.69020	
35 0	1. 01		0.00432		57 0	0. 48	1	9.68124	914
		1		432					
20	1. 00		0.00000		58 0	0. 47		9.67210	
		1		436			1		934
40	0. 99		9.99564		59 0	0. 46		9.66276	
		2		887			1		955
36 0	0. 97		9.98677		60 0	0. 45		9.65321	
		2		905			1		976
20	0. 95		9.97772		61 0	0. 44		9.64345	
		1		459			1		998
40	0. 94		9.97313		62 0	0. 43		9.63347	
		2		934			1		1022
					63 0	0. 42		9.62325	
37 0	0. 92		9.96379		64 0	0. 42	0	9.62325	000
		1		475					
20	0. 91		9.95904				1		1047
		2		965					
40	0. 89		9.94939		65 0	0. 41		9.61278	
		0		000			1		1072
					66 0	0. 40		9.60206	
38 0	0. 89		9.94939		67 0	0. 40	0	9.60206	000
		2		987					
20	0. 87		9.93952		68 0	0. 39	1	9.59106	1100
		2		1010					
40	0. 85		9.92942		69 0	0. 38	1	9.57978	1128
		1		514			0		000
39 0	0. 84		9.92428		70 0	0. 38		9.57978	
		1		520			2		2348
20	0. 83		9.91908		75 0	0. 36		9.55630	
		1		527			1		1223
40	0. 82		9.91381		80 0	0. 35		9.54407	
		2		1072			1		1259
					85 0	0. 34		9.53148	
40 0	0. 80		9.90309		90 0	0. 34	0	9.53148	000

Tafel IIa.

Barom.	log B		Barom.	log B	
720mm	9.98126		750mm	9.99899	
		+61			+58
721	9.98187		751	9.99957	
		60			58
722	9.98247		752	0.00015	
		60			57
723	9.98307		753	0.00072	
		60			58
724	9.98367		754	0.00130	
		60			58
725	9.98427		755	0.00188	
		60			57
726	9.98487		756	0.00245	
		59			58
727	9.98546		757	0.00303	
		60			57
728	9.98606		758	0.00360	
		60			58
729	9.98666		759	0.00418	
		60			57
730	9.98726		760	0.00475	
		59			57
731	9.98785		761	0.00532	
		60			57
732	9.98845		762	0.00589	
		59			56
733	9.98904		763	0.00645	
		59			57
734	9.98963		764	0.00702	
		59			57
735	9.99022		765	0.00759	
		59			57
736	9.99081		766	0.00816	
		58			56
737	9.99139		767	0.00872	
		59			57
738	9.99198		768	0.00929	
		59			57
739	9.99257		769	0.00986	
		59			56
740	9.99316		770	0.01042	
		59			56
741	9.99375		771	0.01098	
		59			57
742	9.99434		772	0.01155	
		58			56
743	9.99492		773	0.01211	
		59			56
744	9.99551		774	0.01267	
		58			56
745	9.99609		775	0.01323	
		58			56
746	9.99667		776	0.01379	
		59			56
747	9.99726		777	0.01435	
		58			56
748	9.99784		778	0.01491	
		58			56
749	9.99842		779	0.01547	
		57			56
750	9.99899		780	0.01603	

Sch.H.	A	
5° 0′	1.0127	
		— 6
10	1.0121	
		6
20	1.0115	
		5
30	1.0110	
		5
40	1.0105	
		5
50	1.0100	
		4
6 0	1.0096	
		4
10	1.0092	
		4
20	1.0088	
		4
30	1.0084	
		3
40	1.0081	
		3
50	1.0078	
		3
7 0	1.0075	
		2
10	1.0073	
		3
20	1.0070	
		3
30	1.0067	
		2
40	1.0065	
		3
50	1.0062	
		2
8 0	1.0060	
		11
9 0	1.0049	
		8
10 0	1.0041	
		6
11 0	1.0035	
		5
12 0	1.0030	
		4
13 0	1.0026	

Tafel II b.

Thermom. Celsius	log γ		Thermom. Celsius	log γ	
—20°	0.04734	—170	+10°	9.99894	—153
19	0.04564	170	11	9.99741	151
18	0.04394	169	12	9.99590	152
17	0.04225	168	13	9.99438	151
16	0.04057	168	14	9.99287	150
15	0.03889	167	15	9.99137	150
14	0.03722	166	16	9.98987	149
13	0 03556	166	17	9.98838	149
12	0.03390	165	18	9.98689	148
11	0.03225	165	19	9.98541	148
10	0.03060	164	20	9.98393	147
9	0.02896	163	21	9.98246	147
8	0.02733	163	22	9.98099	146
7	0.02570	162	23	9.97953	145
6	0.02408	161	24	9.97808	146
5	0.02247	161	25	9.97662	145
4	0.02086	160	26	9.97517	144
3	0.01926	160	27	9.97373	144
2	0.01766	159	28	9.97229	143
— 1	0.01607	159	29	9.97086	143
0	0.01448	158	30	9.96943	143
+ 1°	0.01290	157	31	9.96800	142
2	0.01133	157	32	9.96658	141
3	0.00976	156	33	9.96517	141
4	0.00820	156	34	9.96376	141
5	0.00664	155	35	9.96235	
6	0.00509	155			
7	0.00354	154			
8	0.00200	153			
9	0.00047	153			
10	9.99894				

Sch.H.	λ		Sch.H.	λ	
5° 0′	1.1229	—51	20°	1.0111	—
10	1.1178	48	21	1.0101	
20	1.1130	48	22	1.0092	
30	1.1082	46	23	1.0083	
40	1.1036	44	24	1.0075	
50	1.0992	41	25	1.0068	
6 0	1.0951	37	26	1.0063	
10	1.0914	35	27	1.0058	
20	1.0879	33	28	1.0054	
30	1.0846	31	29	1.0049	
40	1.0815	31			
50	1.0784	30	30	1.0046	
7 0	1.0754	29	35	1.0031	
10	1.0725	28	40	1.0023	
20	1.0697	26	45	1.0018	
30	1.0671	25			
40	1.0646	24			
50	1.0622	22			
8 0	1.0600	107			
9 0	1.0493	73			
10 0	1.0420	63			
11 0	1.0357	58			
12 0	1.0299	47			
13 0	1.0252	32			
14 0	1.0220	23			
15 0	1.0197	22			
16 0	1.0175	19			
17 0	1.0156	17			
18 0	1.0139	15			
19 0	1.0124	13			
20 0	1.0111				

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
0.″4	9.99997		4.160		1.154	
		−3		−301		+301
0. 5	9.99994		3.859		1.455	
		4		221		222
0. 6	9.99990		3.638		1.677	
		3		114		113
0. 7	9.99987		3.524		1.790	
		4		117		117
0. 8	9.99983		3.407		1.907	
		4		92		92
0. 9	9.99979		3.315		1.999	
		3		58		58
1. 0	9.99976		3.257		2.057	
		4		67		67
1. 1	9.99972		3.190		2.124	
		4		58		57
1. 2	9.99968		3.132		2.181	
		3		39		39
1. 3	9.99965		3.093		2.220	
		4		46		47
1. 4	9.99961		3.047		2.267	
		3		33		33
1. 5	9.99958		3.014		2.2995	
		4		39		395
1. 6	9.99954		2.975		2.3390	
		4		36		361
1. 7	9.99950		2.939		2.3751	
		3		26		253
1. 8	9.99947		2.913		2.4004	
		4		31		316
1. 9	9.99943		2.882		2.4320	
		3		23		222
2. 0	9.99940		2.859		2.4542	
		4		28		280
2. 1	9.99936		2.831		2.4822	
		4		26		262
2. 2	9.99932		2.805		2.5084	
		3		19		188
2. 3	9.99929		2.786		2.5272	
		4		24		238
2. 4	9.99925		2.762		2.5510	
		4		22		225
2. 5	9.99921		2.740		2.5735	
		3		16		161
2. 6	9.99918		2.724		2.5896	
		4		21		207
2. 7	9.99914		2.703		2.6103	
		3		15		148
2. 8	9.99911		2.688		2.6251	
		4		19		191
2. 9	9.99907		2.669		2.6442	
		4		19		183
3. 0	9.99903		2.650		2.6625	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
3."0	9.99903		2.650		2.6625	
		—3		—13		+131
3. 1	9.99900		2.637		2.6756	
		4		17		170
3. 2	9.99896		2.620		2.6926	
		3		12		124
3. 3	9.99893		2.608		2.7050	
		4		16		159
3. 4	9.99889		2.592		2.7209	
		4		15		153
3. 5	9.99885		2.577		2.7362	
		3		12		111
3. 6	9.99882		2.565		2.7473	
		4		14		145
3. 7	9.99878		2.551		2.7618	
		3		11		105
3. 8	9.99875		2.540		2.7723	
		4		13		136
3. 9	9.99871		2.527		2.7859	
		4		14		132
4. 0	9.99867		2.513		2.7991	
		3		9		97
4. 1	9.99864		2.504		2.8088	
		4		13		126
4. 2	9.99860		2.491		2.8214	
		3		9		111
4. 3	9.99857		2.482		2.8325	
		4		12		100
4. 4	9.99853		2.470		2.8425	
		4		12		116
4. 5	9.99849		2.458		2.8541	
		3		9		85
4. 6	9.99846		2.449		2.8626	
		4		11		111
4. 7	9.99842		2.438		2.8737	
		4		11		109
4. 8	9.99838		2.427		2.8846	
		3		8		79
4. 9	9.99835		2.419		2.8925	
		4		10		104
5. 0	9.99831		2.409		2.9029	
		3		8		75
5. 1	9.99828		2.401		2.9104	
		4		10		100
5. 2	9.99824		2.391		2.9204	
		4		9		97
5. 3	9.99820		2.382		2.9301	
		3		8		72
5. 4	9.99817		2.374		2.9373	
		4		9		93
5. 5	9.99813		2.365		2.9466	
		3		7		69
5. 6	9.99810		2.358		2.9535	
		4		9		90
5. 7	9.99806		2.349		2.9625	
		4		9		88
5. 8	9.99802		2.340		2.9713	
		3		7		65
5. 9	9.99799		2.333		2.9778	
		4		8		85
6. 0	9.99795		2.325		2.9863	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
6.″0	9.99795		2.325		2.9863	
		—3		—7		+63
6. 1	9.99792		2.318		2.9926	
		4		8		83
6. 2	9.99788		2.310		3.0009	
		4		8		80
6. 3	9.99784		2.302		3.0089	
		3		6		60
6. 4	9.99781		2.296		3.0149	
		4		8		78
6. 5	9.99777		2.288		3.0227	
		3		6		58
6. 6	9.99774		2.282		3.0285	
		4		7		76
6. 7	9.99770		2.275		3.0361	
		4		8		74
6. 8	9.99766		2.267		3.0435	
		3		5		55
6. 9	9.99763		2.262		3.0490	
		4		7		73
7. 0	9.99759		2.255		3.0563	
		3		6		53
7. 1	9.99756		2.249		3.0616	
		4		7		70
7. 2	9.99752		2.242		3.0686	
		4		7		69
7. 3	9.99748		2.235		3.0755	
		3		5		51
7. 4	9.99745		2.230		3.0806	
		4		7		67
7. 5	9.99741		2.223		3.0873	
		3		5		50
7. 6	9.99738		2.218		3.0923	
		4		6		66
7. 7	9.99734		2.212		3.0989	
		4		7		64
7. 8	9.99730		2.205		3.1053	
		3		5		48
7. 9	9.99727		2.200		3.1101	
		4		6		62
8. 0	9.99723		2.194		3.1163	
		3		5		47
8. 1	9.99720		2.189		3.1210	
		4		6		61
8. 2	9.99716		2.183		3.1271	
		3		5		46
8. 3	9.99713		2.178		3.1317	
		4		6		59
8. 4	9.99709		2.172		3.1376	
		4		6		59
8. 5	9.99705		2.166		3.1435	
		3		4		44
8. 6	9.99702		2.162		3.1479	
		4		6		57
8. 7	9.99698		2.156		3.1536	
		3		4		43
8. 8	9.99695		2.152		3.1579	
		4		6		56
8. 9	9.99691		2.146		3.1635	
		4		5		56
9. 0	9.99687		2.141		3.1691	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
9.″0	9.99687		2.141		3.1691	
		—3		—5		+41
9. 1	9.99684		2.136		3.1732	
		4		5		54
9. 2	9.99680		2.131		3.1786	
		3		4		40
9. 3	9.99677		2.127		3.1826	
		4		6		53
9. 4	9.99673		2.121		3.1879	
		4		5		53
9. 5	9.99669		2.116		3.1932	
		3		4		38
9. 6	9.99666		2.112		3.1970	
		4		5		52
9. 7	9.99662		2.107		3.2022	
		3		4		38
9. 8	9.99659		2.103		3.2060	
		4		5		50
9. 9	9.99655		2.098		3.2110	
		4		5		50
10. 0	9.99651		2.093		3.2160	
		3		4		37
10. 1	9.99648		2.089		3.2197	
		4		5		48
10. 2	9.99644		2.084		3.2245	
		4		4		49
10. 3	9.99640		2.080		3.2294	
		4		5		47
10. 4	9.99636		2.075		3.2341	
		3		4		35
10. 5	9.99633		2.071		3.2376	
		4		5		47
10. 6	9.99629		2.066		3.2423	
		4		4		46
10. 7	9.99625		2.062		3.2469	
		3		4		35
10. 8	9.99622		2.058		3.2504	
		4		4		45
10. 9	9.99618		2.054		3.2549	
		3		4		34
11. 0	9.99615		2.050		3.2583	
		4		4		44
11. 1	9.99611		2.046		3.2627	
		4		5		44
11. 2	9.99607		2.041		3.2671	
		3		3		33
11. 3	9.99604		2.038		3.2704	
		4		4		43
11. 4	9.99600		2.034		3.2747	
		3		3		32
11. 5	9.99597		2.031		3.2779	
		4		5		43
11. 6	9.99593		2.026		3.2822	
		4		4		42
11. 7	9.99589		2.022		3.2864	
		3		3		31
11. 8	9.99586		2.019		3.2895	
		4		4		42
11. 9	9.99582		2.015		3.2937	
		3		4		30
12. 0	9.99579		2.011		3.2967	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
12.″0	9.99579		2.011		3.2967	
		— 4		— 4		+ 41
12. 1	9.99575		2.007		3.3008	
		3		3		30
12. 2	9.99572		2.004		3.3038	
		4		4		40
12. 3	9.99568		2.000		3.3078	
		4		4		40
12. 4	9.99564		1.996		3.3118	
		3		3		29
12. 5	9.99561		1.9931		3.3147	
		4		39		39
12. 6	9.99557		1.9892		3.3186	
		3		30		29
12. 7	9.99554		1.9862		3.3215	
		4		39		39
12. 8	9.99550		1.9823		3.3254	
		4		38		38
12. 9	9.99546		1.9785		3.3292	
		3		29		28
13. 0	9.99543		1.9756		3.3320	
		4		38		37
13. 1	9.99539		1.9718		3.3357	
		3		29		28
13. 2	9.99536		1.9689		3.3385	
		4		37		37
13. 3	9.99532		1.9652		3.3422	
		3		28		28
13. 4	9.99529		1.9624		3.3450	
		4		37		36
13. 5	9.99525		1.9587		3.3486	
		4		36		36
13. 6	9.99521		1.9551		3.3522	
		3		28		27
13. 7	9.99518		1.9523		3.3549	
		4		36		35
13. 8	9.99514		1.9487		3.3584	
		3		27		27
13. 9	9.99511		1.9460		3.3611	
		4		35		35
14. 0	9.99507		1.9425		3.3646	
		3		27		26
14. 1	9.99504		1.9398		3.3672	
		4		35		34
14. 2	9.99500		1.9363		3.3706	
		4		35		34
14. 3	9.99496		1.9328		3.3740	
		3		26		26
14. 4	9.99493		1.9302		3.3766	
		4		34		34
14. 5	9.99489		1.9268		3.3800	
		3		26		25
14. 6	9.99486		1.9242		3.3825	
		4		33		33
14. 7	9.99482		1.9209		3.3858	
		3		26		25
14. 8	9.99479		1.9183		3.3883	
		4		33		33
14. 9	9.99475		1.9150		3.3916	
		4		33		32
15. 0	9.99471		1.9117		3.3948	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
15."0	9.99471		1.9117		3.3948	
		—3		—25		+24
15. 1	9.99468		1.9092		3.3972	
		4		33		33
15. 2	9.99464		1.9059		3.4005	
		3		24		24
15. 3	9.99461		1.9035		3.4029	
		4		32		31
15. 4	9.99457		1.9003		3.4060	
		4		32		32
15. 5	9.99453		1.8971		3.4092	
		3		24		23
15. 6	9.99450		1.8947		3.4115	
		4		32		31
15. 7	9.99446		1.8915		3.4146	
		3		24		23
15. 8	9.99443		1.8891		3.4169	
		4		31		31
15. 9	9.99439		1.8860		3.4200	
		3		23		23
16. 0	9.99436		1.8837		3.4223	
		4		31		30
16. 1	9.99432		1.8806		3.4253	
		3		23		23
16. 2	9.99429		1.8783		3.4276	
		4		31		30
16. 3	9.99425		1.8752		3.4306	
		4		30		29
16. 4	9.99421		1.8722		3.4335	
		3		23		23
16. 5	9.99418		1.8699		3.4358	
		4		29		29
16. 6	9.99414		1.8670		3.4387	
		3		23		22
16. 7	9.99411		1.8647		3.4409	
		4		29		29
16. 8	9.99407		1.8618		3.4438	
		3		22		21
16. 9	9.99404		1.8596		3.4459	
		4		30		29
17. 0	9.99400		1.8566		3.4488	
		4		29		29
17. 1	9.99396		1.8537		3.4517	
		3		21		21
17. 2	9.99393		1.8516		3.4538	
		4		29		28
17. 3	9.99389		1.8487		3.4566	
		3		22		21
17. 4	9.99386		1.8465		3.4587	
		4		28		28
17. 5	9.99382		1.8437		3.4615	
		3		21		20
17. 6	9.99379		1.8416		3.4635	
		4		28		28
17. 7	9.99375		1.8388		3.4663	
		4		28		27
17. 8	9.99371		1.8360		3.4690	
		3		21		21
17. 9	9.99368		1.8339		3.4711	
		4		28		27
18. 0	9.99364		1.8311		3.4738	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
18."0	9.99364		1.8311		3.4738	
		—3		—20		+20
18. 1	9.99361		1.8291		3.4758	
		4		27		26
18. 2	9.99357		1.8264		3.4784	
		3		21		20
18. 3	9.99354		1.8243		3.4804	
		4		27		27
18. 4	9.99350		1.8216		3.4831	
		4		27		26
18. 5	9.99346		1.8189		3.4857	
		3		20		20
18. 6	9.99343		1.8169		3.4877	
		4		26		26
18. 7	9.99339		1.8143		3.4903	
		3		20		19
18. 8	9.99336		1.8123		3.4922	
		4		26		26
18. 9	9.99332		1.8097		3.4948	
		3		20		19
19. 0	9.99329		1.8077		3.4967	
		4		26		25
19. 1	9.99325		1.8051		3.4992	
		3		19		19
19. 2	9.99322		1.8032		3.5011	
		4		26		25
19. 3	9.99318		1.8006		3.5036	
		4		26		26
19. 4	9.99314		1.7980		3.5062	
		3		19		18
19. 5	9.99311		1.7961		3.5080	
		4		25		25
19. 6	9.99307		1.7936		3.5105	
		3		19		18
19. 7	9.99304		1.7917		3.5123	
		4		25		25
19. 8	9.99300		1.7892		3.5148	
		3		19		18
19. 9	9.99297		1.7873		3.5166	
		4		25		24
20. 0	9.99293		1.7848		3.5190	
		4		24		24
20. 1	9.99289		1.7824		3.5214	
		3		19		18
20. 2	9.99286		1.7805		3.5232	
		4		24		24
20. 3	9.99282		1.7781		3.5256	
		3		19		18
20. 4	9.99279		1.7762		3.5274	
		4		24		23
20. 5	9.99275		1.7738		3.5297	
		3		18		18
20. 6	9.99272		1.7720		3.5315	
		4		24		24
20. 7	9.99268		1.7696		3.5339	
		3		18		17
20. 8	9.99265		1.7678		3.5356	
		4		24		23
20. 9	9.99261		1.7654		3.5379	
		4		23		23
21. 0	9.99257		1.7631		3.5402	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
21.″0	9.99257		1.7631		3.5402	
		—3		—18		+18
21. 1	9.99254		1.7613		3.5420	
		4		23		22
21. 2	9.99250		1.7590		3.5442	
		3		18		17
21. 3	9.99247		1.7572		3.5459	
		4		23		23
21. 4	9.99243		1.7549		3.5482	
		3		17		17
21. 5	9.99240		1.7532		3.5499	
		4		23		22
21. 6	9.99236		1.7509		3.5521	
		3		18		17
21. 7	9.99233		1.7491		3.5538	
		4		22		22
21. 8	9.99229		1.7469		3.5560	
		4		23		22
21. 9	9.99225		1.7446		3.5582	
		3		17		17
22. 0	9.99222		1.7429		3.5599	
		4		22		21
22. 1	9.99218		1.7407		3.5620	
		3		17		17
22. 2	9.99215		1.7390		3.5637	
		4		22		21
22. 3	9.99211		1.7368		3.5658	
		3		17		17
22. 4	9.99208		1.7351		3.5675	
		4		22		21
22. 5	9.99204		1.7329		3.5696	
		3		17		16
22. 6	9.99201		1.7312		3.5712	
		4		22		22
22. 7	9.99197		1.7290		3.5734	
		4		21		21
22. 8	9.99193		1.7269		3.5755	
		3		17		16
22. 9	9.99190		1.7252		3.5771	
		4		21		21
23. 0	9.99186		1.7231		3.5792	
		3		16		15
23. 1	9.99183		1.7215		3.5807	
		4		22		21
23. 2	9.99179		1.7193		3.5828	
		3		16		16
23. 3	9.99176		1.7177		3.5844	
		4		21		20
23. 4	9.99172		1.7156		3.5864	
		3		16		16
23. 5	9.99169		1.7140		3.5880	
		4		21		20
23. 6	9.99165		1.7119		3.5900	
		4		21		20
23. 7	9.99161		1.7098		3.5920	
		3		15		16
23. 8	9.99158		1.7083		3.5936	
		4		21		20
23. 9	9.99154		1.7062		3.5956	
		3		16		15
24. 0	9.99151		1.7046		3.5971	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
24.″0	9.99151		1.7046		3.5971	
		−4		−20		+20
24. 1	9.99147		1.7026		3.5991	
		3		16		15
24. 2	9.99144		1.7010		3.6006	
		4		20		20
24. 3	9.99140		1.6990		3.6026	
		3		16		15
24. 4	9.99137		1.6974		3.6041	
		4		20		19
24. 5	9.99133		1.6954		3.6060	
		3		15		15
24. 6	9.99130		1.6939		3.6075	
		4		20		20
24. 7	9.99126		1.6919		3.6095	
		4		20		19
24. 8	9.99122		1.6899		3.6114	
		3		15		14
24. 9	9.99119		1.6884		3.6128	
		4		20		20
25. 0	9.99115		1.6864		3.6148	
		3		15		14
25. 1	9.99112		1.6849		3.6162	
		4		19		19
25. 2	9.99108		1.6830		3.6181	
		3		15		15
25. 3	9.99105		1.6815		3.6196	
		4		20		18
25. 4	9.99101		1.6795		3.6214	
		3		14		15
25. 5	9.99098		1.6781		3.6229	
		4		20		19
25. 6	9.99094		1.6761		3.6248	
		3		14		14
25. 7	9.99091		1.6747		3.6262	
		4		20		18
25. 8	9.99087		1.6727		3.6280	
		4		19		19
25. 9	9.99083		1.6708		3.6299	
		3		14		14
26. 0	9.99080		1.6694		3.6313	
		4		19		18
26. 1	9.99076		1.6675		3.6331	
		3		14		14
26. 2	9.99073		1.6661		3.6345	
		4		19		18
26. 3	9.99069		1.6642		3.6363	
		3		14		14
26. 4	9.99066		1.6628		3.6377	
		4		19		18
26. 5	9.99062		1.6609		3.6395	
		3		14		14
26. 6	9.99059		1.6595		3.6409	
		4		19		18
26. 7	9.99055		1.6576		3.6427	
		3		14		13
26. 8	9.99052		1.6562		3.6440	
		4		18		18
26. 9	9.99048		1.6544		3.6458	
		3		14		13
27. 0	9.99045		1.6530		3.6471	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
27.″0	9.99045		1.6530		3.6471	
		—4		—18		+18
27. 1	9.99041		1.6512		3.6489	
		4		19		18
27. 2	9.99037		1.6493		3.6507	
		3		13		13
27. 3	9.99034		1.6480		3.6520	
		4		18		18
27. 4	9.99030		1.6462		3.6538	
		3		14		13
27. 5	9.99027		1.6448		3.6551	
		4		18		17
27. 6	9.99023		1.6430		3.6568	
		3		14		13
27. 7	9.99020		1.6416		3.6581	
		4		17		17
27. 8	9.99016		1.6399		3.6598	
		3		14		13
27. 9	9.99013		1.6385		3.6611	
		4		18		18
28. 0	9.99009		1.6367		3.6629	
		3		13		12
28. 1	9.99006		1.6354		3.6641	
		4		17		17
28. 2	9.99002		1.6337		3.6658	
		3		14		13
28. 3	9.98999		1.6323		3.6671	
		4		17		17
28. 4	9.98995		1.6306		3.6688	
		4		18		17
28. 5	9.98991		1.6288		3.6705	
		3		13		12
28. 6	9.98988		1.6275		3.6717	
		4		17		17
28. 7	9.98984		1.6258		3.6734	
		3		13		13
28. 8	9.98981		1.6245		3.6747	
		4		17		16
28. 9	9.98977		1.6228		3.6763	
		3		13		13
29. 0	9.98974		1.6215		3.6776	
		4		17		16
29. 1	9.98970		1.6198		3.6792	
		3		13		13
29. 2	9.98967		1.6185		3.6805	
		4		17		16
29. 3	9.98963		1.6168		3.6821	
		3		13		12
29. 4	9.98960		1.6155		3.6833	
		4		16		16
29. 5	9.98956		1.6139		3.6849	
		3		13		13
29. 6	9.98953		1.6126		3.6862	
		4		17		16
29. 7	9.98949		1.6109		3.6878	
		3		12		12
29. 8	9.98946		1.6097		3.6890	
		4		17		16
29. 9	9.98942		1.6080		3.6906	
		4		17		16
30. 0	9.98938		1.6063		3.6922	

Δ	$\log \frac{b}{a}$		$\log \frac{b}{a-b}$		$\log \left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\omega}{2}$	
30.″0	9.98938		1.6063		3.6922	
		−3		−12		+12
30. 1	9.98935		1.6051		3.6934	
		4		16		16
30. 2	9.98931		1.6035		3.6950	
		3		13		12
30. 3	9.98928		1.6022		3.6962	
		4		16		15
30. 4	9.98924		1.6006		3.6977	
		3		12		12
30. 5	9.98921		1.5994		3.6989	
		4		17		16
30. 6	9.98917		1.5977		3.7005	
		3		12		12
30. 7	9.98914		1.5965		3.7017	
		4		16		15
30. 8	9.98910		1.5949		3.7032	
		3		12		12
30. 9	9.98907		1.5937		3.7044	
		4		16		15
31. 0	9.98903		1.5921		3.7059	
		3		12		12
31. 1	9.98900		1.5909		3.7071	
		4		16		15
31. 2	9.98896		1.5893		3.7086	
		3		12		12
31. 3	9.98893		1.5881		3.7098	
		4		16		15
31. 4	9.98889		1.5865		3.7113	
		3		12		11
31. 5	9.98886		1.5853		3.7124	
		4		16		16
31. 6	9.98882		1.5837		3.7140	
		3		11		11
31. 7	9.98879		1.5826		3.7151	
		4		16		15
31. 8	9.98875		1.5810		3.7166	
		3		16		15
31. 9	9.98872		1.5794		3.7181	
		4		11		11
32. 0	9.98868		1.5783		3.7192	
		4		16		15
32. 1	9.98864		1.5767		3.7207	
		3		11		11
32. 2	9.98861		1.5756		3.7218	
		4		16		15
32. 3	9.98857		1.5740		3.7233	
		3		11		11
32. 4	9.98854		1.5729		3.7244	
		4		16		15
32. 5	9.98850		1.5713		3.7259	
		3		11		11
32. 6	9.98847		1.5702		3.7270	
		4		15		14
32. 7	9.98843		1.5687		3.7284	
		3		12		11
32. 8	9.98840		1.5675		3.7295	
		4		15		15
32. 9	9.98836		1.5660		3.7310	
		3		11		11
33. 0	9.98833		1.5649		3.7321	

Tafel IV.

Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.	
5°0′	586.″48	—791	8°0′	389.″63	—370	14°0′	288.″48	—211
5	578. 57	772	5	385. 93	363	5	286. 37	207
10	570. 85	750	10	382. 30	357	10	284. 30	205
15	563. 35	732	15	378. 73	350	15	282. 25	202
20	556. 03	715	20	375. 23	344	20	280. 23	199
25	548. 88	699	25	371. 79	338	25	278. 24	196
30	541. 89	680	30	368. 41	333	30	276. 28	194
35	535. 09	666	35	365. 08	326	35	274. 34	192
40	528. 43	650	40	361. 82	322	40	272. 42	189
45	521. 93	634	45	358. 60	316	45	270. 53	187
50	515. 59	620	50	355. 44	311	50	268. 66	184
55	509. 39	607	55	352. 33	305	55	266. 82	182
6 0	503. 32	595	9 0	349. 28	301	12 0	265. 00	180
5	497. 37	581	5	346. 27	295	5	263. 20	177
10	491. 56	568	10	343. 32	292	10	261. 43	174
15	485. 88	556	15	340. 40	285	15	259. 69	174
20	480. 32	545	20	337. 55	282	20	257. 95	171
25	474. 87	534	25	334. 73	278	25	256. 24	168
30	469. 53	523	30	331. 95	273	30	254. 56	166
35	464. 30	511	35	329. 22	270	35	252. 90	165
40	459. 19	503	40	326. 52	265	40	251. 25	162
45	454. 16	493	45	323. 87	261	45	249. 63	161
50	449. 23	481	50	321. 26	257	50	248. 02	159
55	444. 42	473	55	318. 69	253	55	246. 43	156
7 0	439. 69	463	10 0	316. 16	249	13 0	244. 87	155
5	435. 06	453	5	313. 67	246	5	243. 32	153
10	430. 53	444	10	311. 21	243	10	241. 79	152
15	426. 09	436	15	308. 78	239	15	240. 27	150
20	421. 73	427	20	306. 39	235	20	238. 77	147
25	417. 46	421	25	304. 04	232	25	237. 30	147
30	413. 25	411	30	301. 72	229	30	235. 83	144
35	409. 14	406	35	299. 43	224	35	234. 39	144
40	405. 08	396	40	297. 19	223	40	232. 95	141
45	401. 12	390	45	294. 96	219	45	231. 54	140
50	397. 22	383	50	292. 77	216	50	230. 14	138
55	393. 39	376	55	290. 61	213	55	228. 76	137
8 0	389. 63		11 0	288. 48		14 0	227. 39	

Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.	
14°0′	227.″39	—135	17°0′	186.″56	—95	20°0′	157.″27	—70
5	226. 04	134	5	185. 61	93	5	156. 57	69
10	224. 70	132	10	184. 68	92	10	155. 88	68
15	223. 38	131	15	183. 76	92	15	155. 20	68
20	222. 07	129	20	182. 84	92	20	154. 52	68
25	220. 78		25	181. 92		25	153. 84	
		129			89			67
30	219. 49	126	30	181. 03	90	30	153. 17	67
35	218. 23	125	35	180. 13	88	35	152. 50	66
40	216. 98	124	40	179. 25	88	40	151. 84	65
45	215. 74	123	45	178. 37	87	45	151. 19	65
50	214. 51	122	50	177. 50	86	50	150. 54	65
55	213. 29		55	176. 64		55	149. 89	
		120			86			64
15 0	212. 09	119	18 0	175. 78	85	21 0	149. 25	64
5	210. 90	118	5	174. 93	84	5	148. 61	63
10	209. 72	117	10	174. 09	83	10	147. 98	62
15	208. 55	115	15	173. 26	83	15	147. 36	63
20	207. 40	115	20	172. 43	82	20	146. 73	61
25	206. 25		25	171. 61		25	146. 12	
		113			81			62
30	205. 12	112	30	170. 80	80	30	145. 50	61
35	204. 00	110	35	170. 00	80	35	144. 89	60
40	202. 90	110	40	169. 20	79	40	144. 29	60
45	201. 80	109	45	168. 41	79	45	143. 69	60
50	200. 71	107	50	167. 62	78	50	143. 09	59
55	199. 64		55	166. 84		55	142. 50	
		106			77			59
16 0	198. 58	105	19 0	166. 07	77	22 0	141. 91	58
5	197. 53	105	5	165. 30	76	5	141. 33	58
10	196. 48	104	10	164. 54	75	10	140. 75	58
15	195. 44	102	15	163. 79	75	15	140. 17	57
20	194. 42	101	20	163. 04	74	20	139. 60	57
25	193. 41		25	162. 30		25	139. 03	
		101			74			56
30	192. 40	100	30	161. 56	73	30	138. 47	57
35	191. 40	100	35	160. 83	72	35	137. 90	55
40	190. 40	97	40	160. 11	72	40	137. 35	55
45	189. 43	96	45	159. 39	71	45	136. 80	55
50	188. 47	96	50	158. 68	71	50	136. 25	55
55	187. 51		55	157. 97		55	135. 70	
		95			70			54
17 0	186. 56		20 0	157. 27		23 0	135. 16	

Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.	
23° 0′	135.″16		26° 0′	117.″82		29° 0′	103.″78	
		54			43			35
5	134. 62		5	117. 39		5	103. 43	
		53			43			35
10	134. 09		10	116. 96		10	103. 08	
		53			42			35
15	133. 56		15	116. 54		15	102. 73	
		53			43			34
20	133. 03		20	116. 11		20	102. 39	
		52			42			35
25	132. 51		25	115. 69		25	102. 04	
		52			41			34
30	131. 99		30	115. 28		30	101. 70	
		52			42			34
35	131. 47		35	114. 86		35	101. 36	
		51			41			34
40	130. 96		40	114. 45		40	101. 02	
		51			41			34
45	130. 45		45	114. 04		45	100. 68	
		50			41			34
50	129. 95		50	113. 63		50	100. 34	
		51			40			34
55	129. 44		55	113. 23		55	100. 00	
		50			41			33
24 0	128. 94		27 0	112. 82		30 0	99. 67	
		50			40			33
5	128. 44		5	112. 42		5	99. 34	
		49			39			33
10	127. 95		10	112. 03		10	99. 01	
		49			40			33
15	127. 46		15	111. 63		15	98. 68	
		49			40			32
20	126. 97		20	111. 23		20	98. 36	
		48			39			33
25	126. 49		25	110. 84		25	98. 03	
		48			39			32
30	126. 01		30	110. 45		30	97. 71	
		48			39			33
35	125. 53		35	110. 06		35	97. 38	
		48			38			32
40	125. 05		40	109. 68		40	97. 06	
		48			39			32
45	124. 57		45	109. 29		45	96. 74	
		46			38			31
50	124. 11		50	108. 91		50	96. 43	
		47			37			32
55	123. 64		55	108. 54		55	96. 11	
		47			38			31
25 0	123. 17		28 0	108. 16		31 0	95. 80	
		46			38			32
5	122. 71		5	107. 78		5	95. 48	
		45			37			31
10	122. 26		10	107. 41		10	95. 17	
		46			37			31
15	121. 80		15	107. 04		15	94. 86	
		46			37			31
20	121. 34		20	106. 67		20	94. 55	
		45			37			30
25	120. 89		25	106. 30		25	94. 25	
		44			36			31
30	120. 45		30	105. 94		30	93. 94	
		45			37			30
35	120. 00		35	105. 57		35	93. 64	
		44			36			31
40	119. 56		40	105. 21		40	93. 33	
		44			36			30
45	119. 12		45	104. 85		45	93. 03	
		44			36			30
50	118. 68		50	104. 49		50	92. 73	
		43			35			29
55	118. 25		55	104. 14		55	92. 44	
		43			36			30
26 0	117. 82		29 0	103. 78		32 0	92. 14	

Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.	
32° 0′	92.″14	—30	35° 0′	82.″28	—26	38° 0′	73.″77	—22
5	91. 84	29	5	82. 02	25	5	73. 55	22
10	91. 55	29	10	81. 77	25	10	73. 33	22
15	91. 26	30	15	81. 52	25	15	73. 11	21
20	90. 96	29	20	81. 27	25	20	72. 90	22
25	90 67	29	25	81. 02	25	25	72. 68	22
30	90. 38	28	30	80. 77	24	30	72. 46	21
35	90. 10	29	35	80. 53	25	35	72. 25	21
40	89. 81	28	40	80. 28	24	40	72. 04	22
45	89. 53	29	45	80. 04	25	45	71. 82	21
50	89. 24	28	50	79. 79	24	50	71. 61	21
55	88. 96	28	55	79. 55	24	55	71. 40	21
33 0	88. 68	28	36 0	79. 31	24	39 0	71. 19	21
5	88. 40	28	5	79. 07	24	5	70. 98	21
10	88. 12	28	10	78. 83	24	10	70. 77	21
15	87. 84	28	15	78. 59	24	15	70. 56	21
20	87. 56	27	20	78. 35	24	20	70. 35	21
25	87. 29	27	25	78. 11	23	25	70. 14	20
30	87. 02	28	30	77. 88	24	30	69. 94	21
35	86. 74	27	35	77. 64	23	35	69. 73	21
40	86. 47	27	40	77. 41	24	40	69. 52	20
45	86. 20	27	45	77. 17	23	45	69. 32	20
50	85. 93	27	50	76. 94	23	50	69. 12	21
55	85. 66	26	55	76. 71	23	55	68. 91	20
34 0	85. 40	27	37 0	76. 48	23	40 0	68. 71	
5	85. 13	27	5	76. 25	23			
10	84. 86	26	10	76. 02	23			
15	84. 60	26	15	75. 79	23			
20	84. 34	26	20	75. 56	22			
25	84. 08	26	25	75. 34	23			
30	83. 82	26	30	75. 11	22			
35	83. 56	26	35	74. 89	23			
40	83. 30	26	40	74. 66	22			
45	83. 04	26	45	74. 44	22			
50	82. 78	25	50	74. 22	22			
55	82. 53	25	55	74. 00	23			
35 0	82. 28		38 0	73. 77				

Tafel IV.

Sch.H.	Refract.		Sch.H.	Refract.	
40° 0′	68.″71	0.″196 *)	65° 0′	26.″92	0.″101
41	66. 33	0. 191	66	25. 71	0. 100
42	64. 04	0. 183	67	24. 51	0. 098
43	61. 84	0. 176	68	23. 33	0. 097
44	59. 73	0. 171	69	22. 16	0. 095
45	57. 68	0. 164	70	21. 02	0. 095
46	55. 71	0. 159	71	19. 88	0. 093
47	53. 80	0. 154	72	18. 76	0. 092
48	51. 95	0. 149	73	17. 65	0. 091
49	50. 16	0. 145	74	16. 56	0. 091
50	48. 42	0. 141	75	15. 47	0. 089
51	46. 73	0. 137	76	14. 40	0. 089
52	45. 09	0. 133	77	13. 33	0. 088
53	43. 49	0. 130	78	12. 27	0. 087
54	41. 93	0. 127	79	11. 22	0. 087
55	40. 41	0. 123	80	10. 18	0. 086
56	38. 93	0. 120	81	9. 15	0. 086
57	37. 49	0. 118	82	8. 12	0. 086
58	36. 07	0. 115	83	7. 09	0. 085
59	34. 69	0. 113	84	6. 07	0. 085
60	33. 33	0. 111	85	5. 05	0. 084
61	32. 00	0. 108	86	4. 04	0. 084
62	30. 70	0. 107	87	3. 03	0. 084
63	29. 42	0. 105	88	2. 02	0. 084
64	28. 16	0. 103	89	1. 01	0. 084
65	26. 92		90	0. 00	

*) Die Differenz ist auch hier wie in dem übrigen Theile dieser Tafel für je 5 Bogenminuten angegeben und negativ zu nehmen.

Druckfehlerverzeichniss.

Pag. 6 Z. 17 v. O. Statt 57.″851 lies 57″.751.

Fig. 1.

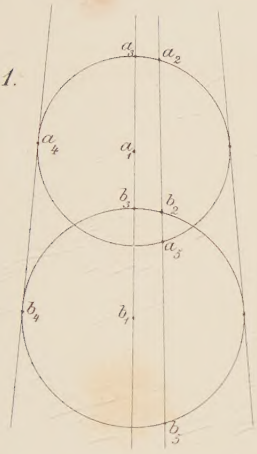


Fig. 3.

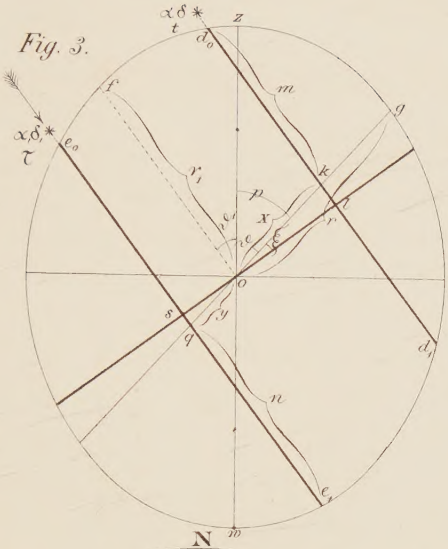


Fig. 2.

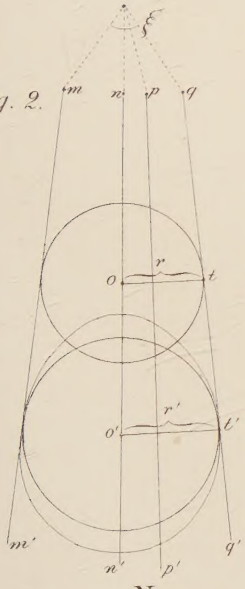


Fig. 4.

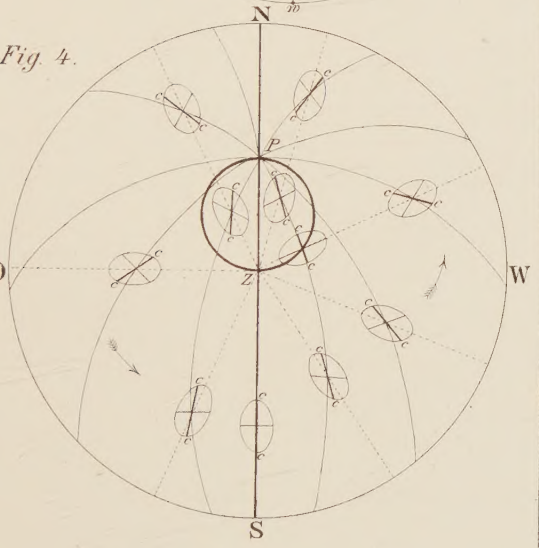


Fig. 5.

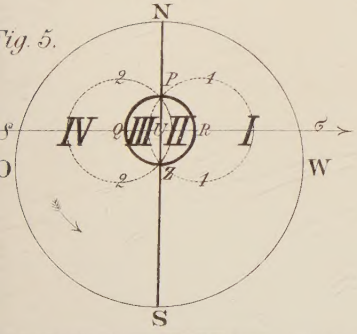
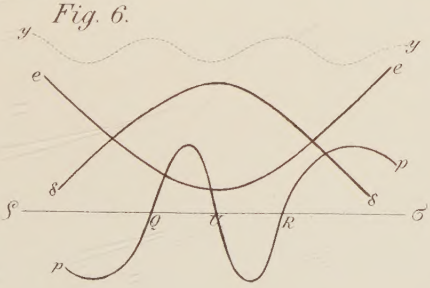


Fig. 6.



Autor del.